

Борис В. Васильев



Астрофизика

Б.В.Васильев

АСТРОФИЗИКА

И

данные астрономических
измерений

Оглавление

I	Предисловие: о вреде теоретической физики	7
1	Теория и эксперимент	9
1.1	Экспериментаторы и теоретики	9
1.2	О специфике работы экспериментаторов и теоретиков	11
1.3	Главный постулат естественных наук	11
1.4	Характерные свойства псевдо-теорий XX века	13
2	О псевдо-теориях XX века	15
2.1	Теория внутреннего строения звезд	15
2.2	Теория магнитного поля Земли	21
2.3	Физика металлов. Термо-магнитный эффект	22
2.4	Физика элементарных частиц	23
3	Введение	25
3.1	Два подхода к изучению звёзд.	25
3.2	Фундамент и содержание современной астрофизики	26
3.2.1	Основной постулат астрофизики	27
3.2.2	Метод Г. Галилея	29
3.2.3	Что говорят измерения?	30
3.3	О построения теории звезды	30
4	Энергетически выгодное состояние горячей плотной плазмы	33
4.1	Свойства плотной горячей плазмы	33
4.1.1	Классическая плазма и распределение Больцмана	33
4.1.2	Энергия горячей плазмы с поправкой на Ферми-статистику	34
4.1.3	Корреляционная поправка к энергии невырожденной плазмы	35
4.2	Энергетически выгодное состояние горячей плазмы	36
4.2.1	Энергетически выгодная плотность горячей плазмы	36
4.2.2	Оценка энергетически выгодной температуры плазмы горячей звезды	37
4.2.3	Оценка корректности принятых допущений	38

5	Электрическая поляризация, индуцируемая в плазме тяготением	39
5.1	Плазменные ячейки	39
5.2	Равновесие атомных ядер внутри плазменных ячеек, заполненных электронным газом	40
5.3	Равновесие в подсистеме электронного газа	41
6	Внутреннее строение звезды	43
6.1	Равновесие плазмы в ядре звезды	43
6.2	Основные параметры ядра звезды по порядку величины	44
6.3	Равновесное состояние вещества внутри атмосферы звезды	44
6.4	Радиальная зависимость плотности и температуры внутри атмосфе- ры звезды	45
6.5	Масса атмосферы звезды и полная масса звезды	46
7	Масса звезды и температура ее ядра	47
7.1	Теорема вириала и энергия звезды	47
7.1.1	Кинетическая энергия плазмы	47
7.1.2	Потенциальная энергия плазмы	48
7.2	Температура ядра звезды	49
7.2.1	Энергия черного излучения	49
7.2.2	Полная энергия звезды	49
7.3	Главные параметры звёзд	50
7.3.1	Масса звезды	50
7.3.2	Температура и радиус звезды	51
7.3.3	Сравнение с наблюдениями	55
8	Термодинамика внутризвёздной плазмы и соотношения между основными измеряемыми параметрами звёзд	59
8.1	Термодинамические соотношения в плазме атмосферы звезды	59
8.1.1	Соотношение c_P и c_V	60
8.1.2	Адиабата Пуассона	61
8.2	Соотношение масса-радиус	62
8.3	Соотношения масса-температура и масса-светимость.	69
8.3.1	Обобщение результатов	72
9	Магнитные поля и магнитные моменты звёзд	75
9.1	Магнитные моменты космических тел	75
9.2	Магнитные поля горячих звёзд	76

10 Вращение периастров тесных звёздных пар	81
10.1 Вращение апсид тесных пар звёзд	81
10.2 Равновесная форма ядра вращающейся звезды	82
10.3 Угловая скорость вращения апсид	84
10.4 Сравнение вычисленных значений скорости вращения периастров с данными наблюдений	85
11 Спектр собственных колебаний солнечной поверхности	87
11.1 Спектр солнечных колебаний	87
11.2 Скорость звуковых колебаний в горячей плазме	92
11.3 Основная мода упругих колебаний сферического ядра	93
11.4 Низкочастотные колебания плотности горячей нейтральной плазмы	94
11.5 Спектр колебаний солнечного ядра	95
12 Дополнение: Механизм стабилизации нейтронно-избыточных ядер, действующий в плазме.	97
12.1 Нейтронно-избыточные ядра и механизм нейтронизации	97
12.2 Электронное облако в плазменной ячейке	98
12.3 Экранировка Томаса-Ферми	101
12.4 Экранирование в ячейке с релятивистским электроном	101
12.5 Нейтронизация	102
13 Дополнение: Другие звёзды, их классификация и немного космологии	105
13.1 Атомное вещество	107
13.1.1 Малые тела	107
13.1.2 Гиганты	107
13.2 Плазма	107
13.2.1 Нерелятивистская плазма.	107
13.2.2 Холодное релятивистское вещество	108
13.2.3 Горячая релятивистская плазма. Квазары	111
13.2.4 О классификации космических объектов	113
13.3 Несколько слов об эволюции звёзд	113
13.4 О «черных дырах»	115
14 Заключение	117
Литература	120

Часть I

Предисловие: о вреде теоретической физики

Глава 1

Теория и эксперимент

Нельзя думать, что фундаментальные научные знания могут быть вредными.

Основная часть работ физиков-теоретиков адекватно отражает физическую реальность и формирует основу наших знаний о природе. Однако в XX веке появилось несколько физических теорий, которые не подтверждаются данными экспериментов. При этом впечатление от их правдоподобности, которая замаскирована весьма сложным математическим аппаратом, настолько велико, что некоторым из них даже присуждались Нобелевские премии. Однако сути дела это не меняет - ряд теорий, созданных в XX веке и считающихся общепринятыми, не подтверждаются опытом и потому должны быть признаны лженаучными и вредными.

Двадцатый век закончился. Он с каждым годом удаляется от нас все дальше и дальше. Уже можно подвести его научные итоги. Прошедший век принес замечательные научные открытия в области физики.

В начале XX века зародилась и потом бурно развивалась ядерная физика. Она явилась, видимо, самым большим его открытием, радикально изменившим весь материальный и моральный облик мировой цивилизации.

В начале XX века зародилось радио, постепенно приведшее к телевидению, а потом радиотехника породила компьютеры. Их появление можно сравнить разве что с революцией, произошедшей, когда люди освоили огонь. Возникла наука о квантах, приведшая к появлению квантовых приборов, среди которых блистают лазеры. Можно долго перечислять отрасли физического знания, которые дал нам XX век.

1.1 Экспериментаторы и теоретики

Важным моментом стало то, что двадцатый век привел к разделению ученых-физиков на экспериментаторов и теоретиков. Это был естественный

процесс, вызванный усложнением научных приборов и математических методов построения теоретических моделей.

Потребности в использовании вакуума, низких температур, радио-электронных усилителей и других тонких методик в экспериментальных установках привело к тому, что экспериментаторами могли стать люди, умеющие ясно мыслить и способные что-то делать своими руками.

Наоборот, люди более склонные к работе с математическим аппаратом, могли надеяться на успех в построении теоретических моделей. Это привело к формированию двух каст или даже двух пород людей, индивиды из которых только в очень редких случаях могли успешно работать и на экспериментальной, и на теоретической "кухне" .

Самым ярким таким ученым был Энрико Ферми, которого и в экспериментальном, и в теоретическом сообществах считали своим. Он внёс огромный вклад в развитие квантовой и статистической механики, ядерной физики, физики элементарных частиц и в то же время создал первый в мире ядерный реактор, открывший путь к использованию атомной энергии. Однако чаще и экспериментаторы, и теоретики весьма ревниво относились к друг другу.

Существует много легенд о том, какими неумеками являются теоретики. Так, про нобелевского лауреата - теоретика В.Паули сложили легенду, согласно которой существовал даже некий "эффект Паули" , который разрушал экспериментальные установки лишь при его приближении.

Один из наиболее ярких случаев проявления этого эффекта, согласно легенде, произошел в лаборатории Дж.Франка в Гёттингене, где весьма сложный экспериментальный прибор для изучения атомных явлений по совершенно необъяснимой причине вышел из строя. Франк написал о случившемся Паули в Цюрих. В ответ пришло письмо с датской маркой, в котором Паули писал, что он ездил проведать Нильса Бора, и во время загадочного происшествия в лаборатории Франка поезд, в котором ехал Паули, как раз совершал остановку в Гёттингене.

В то же время, конечно, теоретики стали задавать тон в физике, потому что именно они претендовали на понимание ее целиком и на собственной возможности объяснить все ее частные случаи.

Выдающимся советским теоретиком первой половины XX века был Я.И.Френкель.

Он написал много очень хороших книг по различным направлениям физики. Про него даже ходил анекдот, что он может объяснить все. Якобы однажды его изловил в коридоре некий экспериментатор и показал полученную на опыте кривую. Подумав минуту, Яков Ильич дал объяснение хода этой кривой.

Однако выяснилось, что кривая случайно была перевернута вверх ногами.

После водворения ее на место, немного поразмыслив, Яков Ильич смог объяснить и эту зависимость.

1.2 О специфике работы экспериментаторов и теоретиков

Особенности подхода теоретиков и экспериментаторов к своей работе хорошо видны по результатам их исследований.

Эти результаты для наглядности мы систематизируем в таблице (1.1).

С экспериментальными исследованиями все просто. В экспериментах измеряются различные параметры образцов или свойства физических процессов. Если такие измерения не дополняются теоретическим описанием тех механизмов, которые обуславливают полученные результаты, такое исследование можно считать чисто экспериментальным, поместив в клеточку 1 в таблице.

Если экспериментальное исследование дополняется описанием того теоретического механизма, который объясняет полученные экспериментальные данные, то это просто хорошее физическое исследование. Поместим такие работы в клеточку 2.

Возможна другая ситуация, когда теоретическое исследование физического эффекта или объекта доводится до "числа", которое сравнивается с данными измерений. Это по сути исследование того же сорта, что и исследования 2. Однако, так как здесь делается упор на теорию физического явления, выделим этим исследованиям отдельную клеточку 3.

В результате такой классификации в оставшуюся клеточку 4 попадают теоретические исследования, которые не подтверждены экспериментально или те, которые не доведены до численного результата, который может быть проверен на опыте.

Как ни удивительно, таких теоретических построений довольно много. Например, рассмотрения супер-явлений - сверхпроводимости и сверхтекучести ([?]- [?]) - изобилуют формулами, описывающими обобщенные характеристики и свойства, но их описание не доводится до конкретного "числа", которое известно из измерений характерных свойств отдельных сверхпроводников или гелия.

Несмотря на очевидную умозрительность таких теорий, некоторые из них получили полное признание в физическом сообществе.

Естественно возникает вопрос о том, насколько вреден теоретический подход, использованный для описания таких явлений, поскольку он нарушает главный постулат естественных наук.

1.3 Главный постулат естественных наук

Главный постулат естественных наук был сформулирован более 400 лет назад Уильямом Гилбертом (1544-1603).

Можно думать, что эта идея, как говорится, витала в воздухе среди образованных людей того времени. Но нашел свою формулировку, дошедшую до нас, этот постулат благодаря У. Гилберту [?].

1. экспериментальное исследование	2. эксперимент+теоретическое объяснение его результатов=физика
3. теоретический механизм+ +подтверждающие его данные измерений = = физика	4. теоретическое исследование, пока не подтвержденное данными экспериментов

Таблица 1.1: Систематика физических исследований

Он формулируется просто:

"Все теоретические построения, претендующие быть научными, должны проверяться экспериментально".

До этого времени ложным представлениям не приходилось бояться экспериментальной проверки. В то время мир мысли был несравненно тонченнее обыденного и грубого материального мира, и точное совпадение философской теории с прямым опытом почти роняло ее достоинство в глазах посвященных. Расхождение между до-гилбертовской теорией и наблюдениями никого не смущало.

В ходу бывали совершенно фантастические, с нашей точки зрения, суждения. Так, У.Гилберт пишет о том, что он экспериментально опроверг популярное суждение о том, что силу магнита можно увеличить, натерев его чесноком.

Более того, одним из популярных, обсуждавшихся на религиозно-философских диспутах, был количественный вопрос о том, сколько ангелов сможет разместиться на острие иглы.

Живший немного позже У.Гилберта Галилео Галилей (1564-1642) развил этот принцип, сформулировав три этапа проверки теоретических положений:

- (1) постулировать свободное от логических противоречий предположение о природе явления;
- (2) на основе этого постулата, используя стандартные методы математики, вывести законы явления;
- (3) посредством опыта убедиться, следует ли природа на самом деле этим законам и подтверждается ли таким образом основная гипотеза.

Применение этого метода дает возможность отбросить неверные теории, если, конечно, они сформулированы так, что есть что сопоставлять с опытом.

1.4 Характерные свойства псевдо-теорий XX века

В XX веке возникло несколько теорий, которые не удовлетворяют главному постулату науки.

Многие из них просто не доведены до того, чтобы их результаты можно было бы сравнить с данными измерений исследуемых объектов. Поэтому невозможно судить их научной значимости.

При этом псевдо-теории всегда используют сложный математический аппарат, который как бы заменяет им необходимые экспериментальные подтверждения. Упрощенно цепочку рассуждений, которая формируется, например, у студента при его знакомстве с такой теорией имеет видимо такую последовательность:

- теория, созданная автором, очень сложна;
- это означает, что автор очень умен и много знает;
- такой умный и хорошо подготовленный теоретик не может ошибаться;
- значит его теория верна.

Все звенья этой цепочки рассуждений могут быть правильными. Кроме последнего. Теория верна только в том случае, если она подтверждается данными экспериментов.

Существенно, что псевдо-теория не допускает упрощения модели и приближенного, но простого изложения физики явления. Правильный подход к объяснению исследуемого объекта может быть математически непростым, если он претендует на точную оценку свойств объекта. При этом тот же подход должен допускать упрощение для получения оценки по порядку величины.

Другой особенностью псевдо-теорий является используемая ими подмена экспериментальных доказательств. Все исследуемые объекты физических теорий имеют определенные индивидуальные свойства, которые можно назвать первостепенными. Для физики звезд это индивидуальные для каждой звезды радиусы, температуры, массы. Для сверхпроводников - это индивидуальные для каждого из них критические температуры и магнитные поля, для сверхтекучего гелия - температура перехода и плотность атомов вблизи нее.

Квази-теории не способны предсказать индивидуальные свойства исследуемых объектов. Они подменяют изучение физических механизмов формирования этих первостепенных параметров описанием общих характеристик физики явления и некоторых его общих свойств. Так, например, объяснение конкретных первостепенных свойств сверхпроводников теория сверхпроводимости XX века подменяет предсказанием наблюдающейся температурной зависимости критического поля или энергетической щели, характерных для этого явления. В результате создается впечатление согласия теории с экспериментом, хотя подобные общие характеристики явления обычно можно назвать термодинамическими.

Рассмотрим некоторые конкретные псевдо-теории, созданные теоретической физикой в XX веке.

Глава 2

О псевдо-теориях XX века

2.1 Теория внутреннего строения звезд

Некоторые теоретические построения до поры и до времени могли быть построены только умозрительно, т.к. нужных экспериментальных данных не существовало. Астрофизики вплоть до конца XX века вынуждены были создавать теорию внутреннего строения звезд, полагаясь на знание "земных" закономерностей и свою интуицию. При этом они использовали особенный метод.

Фундаментом теории внутреннего строения звезд в XX веке стали не данные наблюдений, которых в начале века просто не было, а сумма астрофизических знаний и моделей звёзд, которая благодаря самосогласованности создавала впечатление объективной правильности этой теории.

При таком фундаменте особую каноническую роль играли работы "апостолов" астрофизики - А.Эддингтона, С.Чандрасекара, Г.Бете, К.Шварцшильда и др., первыми сформулировавшими основные идеи построения разных аспектов теории звезд. Консерватизм этого подхода проявляется в том, что некоторые очень важные научные достижения остаются "за бортом", если они были получены физической наукой после формулировки канонов. Так случилось с закономерностями физики горячей плотной плазмы, которые были сформулированы значительно позже создания основ астрофизики и не вошли своими понятиями в ее фундамент. Это принципиально важно потому, что именно такая плазма формирует звезды.

Современная астрофизика продолжает использовать умозрительный подход: детально разрабатываются качественные теории звёзд, которые не доводятся до таких количественных оценок [?],[?]. Все делается так, как будто бы никаких новых закономерностей в параметрах звёзд и Солнца не существует. Однако прогресс техники астрономических измерений в последние десятилетия

выявил существование различных зависимостей, которые связывают между собой физические параметры звёзд. Существующие теории звёздного интерьера не могут объяснить полученные астрономами новые данные. О существовании этих зависимостей ранее не было известно. К сегодняшнему дню таких данных накопилось уже около десятка - это зависимости температура-радиус-светимость-масса звёзд, спектры сейсмических колебаний Солнца, распределение звёзд по массе, зависимость магнитных полей звёзд от их моментов и скоростей вращения и т.д. Все эти зависимости определяются явлениями, происходящими внутри звёзд. Поэтому теория внутреннего строения звёзд должна согласоваться с ними, опираясь на эти количественные данные как на краевые условия.

Конечно, о существовании зависимостей звёздных параметров известно астрофизическому сообществу. Однако в современной астрофизике принято, не найдя им объяснения, относить их к разряду эмпирических и полагать, что они в объяснении вообще не нуждаются. Так, около ста лет известно о существовании так называемой эмпирической зависимости светимость-температура - диаграммы Герцшпрунга-Рассела - однако количественного объяснения ей не найдено. Кажется очевидным, что построение теории, которая объяснит закономерности параметров звёзд и Солнца, обнаруженные астрономами, есть главная задача современной астрофизики.

Чтобы достичь согласия теории с имеющимися данными астрономических измерений, необходимо отказаться от некоторых астрофизических построений, которые сегодня являются общепринятыми. В первую очередь, нужно изменить подход к описанию равновесия вещества внутри звёзд. Необходимо учесть, что интерьер звёзд составляет плазма - электрически поляризуемая среда. Поэтому уравнение равновесия внутризвёздного вещества должно учитывать роль гравитационно-индуцированной электрической поляризации. Учет гравитационно-индуцированной электрической поляризации внутризвёздной плазмы позволяет построить модель звезды, в которой все основные параметры - масса звезды, ее температура, радиус и светимость - выражаются определенными комбинациями мировых констант (рис.8.2-8.1), а индивидуальность звёзд определяется только двумя параметрами - массовым и зарядовым числами атомных ядер, из которых построена плазма этих звёзд. При этом удается количественно и с удовлетворительной точностью объяснить все зависимости, измеренные астрономами [?].

Учет гравитационно-индуцированной поляризации ядра Солнца позволяет рассчитать спектр его сейсмических колебаний [?]. Этот спектр хорошо согласуется с данными измерений, полученных в последние десятилетия (рис.11.2).

Особое внимание привлекает распределение звёзд по массе. Теоретически масса звезды может быть получена на основе уравнений равновесия внутризвёздного вещества. Оказывается, что большинство звёзд, за исключением самых тяжелых, построены из плазмы, атомные ядра в которой являются

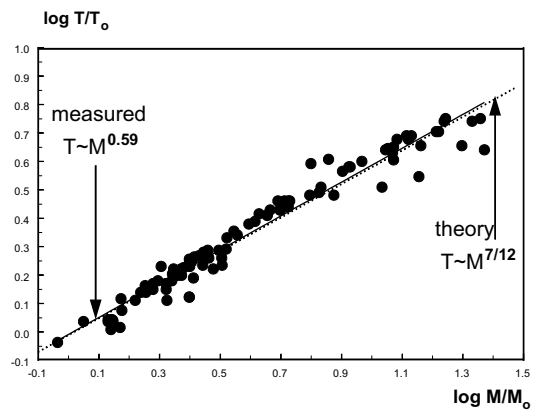


Рис. 2.1: Сравнение с данными измерений теоретической зависимости поверхностной температуры от массы звёзды. Теория учитывает наличие в плазме звезды электрической поляризации, индуцированной тяготением. Температуры нормированы на поверхностную температуру Солнца (5875 K), массы - на массу Солнца.

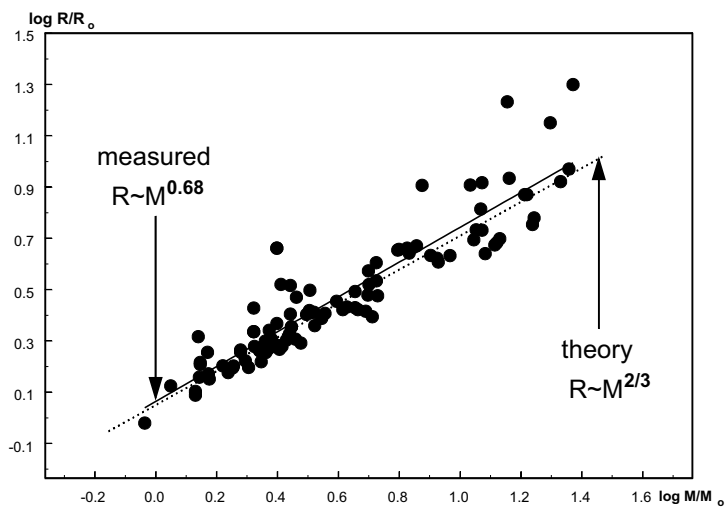


Рис. 2.2: Сравнение с данными измерений теоретической зависимости радиуса звезды от ее массы. Теоретическая зависимость получена с учетом существования электрической поляризации, индуцированной тяготением в плотной плазме звезды. Радиус выражен в единицах солнечного радиуса, масса - в единицах массы Солнца.

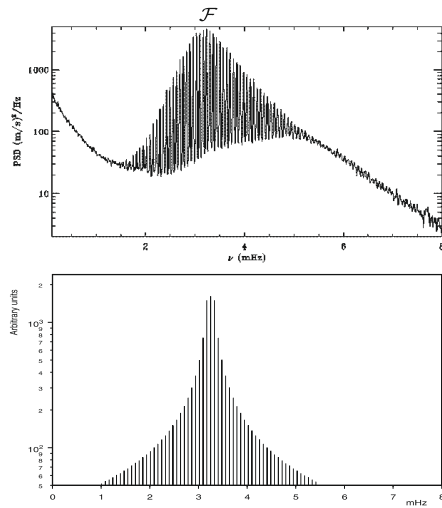


Рис. 2.3: (a) Спектр солнечных осцилляций. Данные получены в рамках программы "SOHO/GOLF"[19]. (b) - теоретический спектр, вычисленный с учетом существования электрической поляризации, индуцированной тяготением в плазме Солнца [?]

нейтронно-избыточными. Устойчивость таким ядрам внутри звёзд придает специфический механизм нейтронизации, действующий в плотной плазме. С учетом гравитационно-индуцированной поляризации удается построить теорию магнитных полей звёзд, согласующиеся с данными наблюдений (рис.9.1).

Важно отметить, что учет гравитационно-индуцированной поляризации приводит и к другим концептуальным изменениям, например, он отвергает механизм коллапса звёзд на последней стадии их эволюции и тем самым отрицает возможность образования "черных дыр" в результате коллапса. Отказ от общепринятых сегодня моделей физики звёзд для консервативной части астрофизического сообщества представляется болезненным. Но он оправдан и необходим. Только это дает возможность получить количественное объяснение (без использования каких-либо подгоночных параметров) всех существующих на сегодняшний день данных соответствующих звёздных измерений.

Сама физика звёзд в результате избавляется от умозрительности и получает в виде данных этих измерений надежный фундамент, на каком должна быть построена физическая наука.

Log L

Рис. 2.4: Измеренные значения магнитных моментов космических тел в зависимости от их моментов вращения [18]. По ординате - логарифм магнитного момента (в $G s \cdot cm^3$), по абсциссе - логарифм момента вращения (в $erg \cdot s$). Линия иллюстрирует зависимость Блекетта.

2.2 Теория магнитного поля Земли

Согласно существующему теоретическому решению проблемы земного магнетизма, в районе ядра Земли текут токи, генерируемые механизмом земного динамо [?]. Эта теоретическая модель возникла в 40-е года XX века, вскоре получила признание и стала считаться вполне доказанной. Слабое место этой модели в том, что для работы земного динамо необходимо наличие некоего заправочного магнитного поля. В качестве такого можно принять космическое поле с величиной порядка 10^{-7} Э. Однако в этом случае не ясно, как работает динамо, стабильно усиливающее это поле на 7 порядков. Однако подбором соответствующих параметров теоретической модели можно добиться согласования расчета с величиной наблюдаемого поля, которое вблизи полюсов имеет величину порядка 1 Э. Несмотря на трудности, модель динамо продолжает оставаться основной моделью земного магнетизма в настоящее время.

Таким образом, среди задач, для которых теоретическая физика нашла решение, задача о земном магнетизме стоит особняком. Решение этой задачи совпадает с измерениями в том, что касается величины поля. Однако в целом это решение ошибочно.

В наши дни подобный подход к решению этой проблемы оказывается неприемлемым. Полеты космических аппаратов во второй половине XX века и общий прогресс астрономической техники обнаружили замечательный, неизвестный ранее факт: магнитные моменты всех космических тел Солнечной системы, а также целого ряда звезд и пульсаров, пропорциональны моментам вращения этих космических тел (рис.9.1).

Замечательно то, что эта зависимость, впервые обнаруженная П.М.С.Блекеттом [6], сохраняет линейность в пределах около 20 порядков!

Существование зависимости Блекетта заставляет переформулировать основную задачу теории планетарного магнетизма. Во-первых, эта теория должна объяснить, почему магнитный момент Земли и других космических тел пропорционален их моменту вращения, и, во-вторых, почему коэффициент пропорциональности близок блекеттовскому отношению мировых констант \sqrt{G}/c (здесь G - гравитационная константа, c - скорость света).

Учитывая, что давление в ядре Земли достаточно велико, чтобы "сломать" внешние электронные оболочки атомарных веществ, то это ядро должно состоять из электрон-ионной плазмы. Действие тяготения на такую плазму приведет к ее электрической поляризации, а вращение электрически поляризованного ядра (вместе со всей планетой) индуцирует ее магнитный момент. Вычисления в рамках модели Земли, в которой минимизируется ее

полная энергия, дают возможность получить магнитный момент и момент вращения Земли, которые удовлетворительно согласуются с данными измерений [?].

Этот механизм, являющийся следствием действия всемирного тяготения, оказывается работоспособным и в случае других космических тел.

2.3 Физика металлов. Термо-магнитный эффект

Среди теорий XX века есть еще одна, которая построена на базе ошибочного представления о механизме явления.

Основным предметом изучения физики металлов является поведение газа коллективизированных электронов проводимости.

Характерные свойства металлов - их высокие теплопроводность и электропроводность - являются следствием существования внутри металла свободных электронов проводимости.

При рассмотрении механизма теплопроводности в металлах предполагается, что перенос тепла внутри металла осуществляется потоком горячих электронов, движущихся из нагретой области металла в холодную. Этот горячий поток вытесняет холодные электроны, который вынуждены течь ему навстречу.

Поскольку рассматривается однородный металл, то при построении теории этого явления предполагается, что эти встречные токи текут диффузно.

Диффузное протекание двух встречных равных по величине токов предполагает полное отсутствие индуцируемых ими магнитных полей.

Такие воззрения на этот процесс установилась еще в начале XX века. На их основе была построена теория термоэлектрических явлений в металлах, которая предсказывала отсутствие в них термо-магнитного эффекта.

Однако термо-магнитный эффект в металлах существует [?], он довольно велик и легко обнаружим с помощью современных магнитометров.

Теоретическая ошибка возникла из-за того, что из внимания был упущен тот факт, что даже в совершенно однородном металлическом образце токи, текущие навстречу, отталкиваются друг от друга. Это закон электро-магнетизма.

В результате отталкивания встречных потоков горячих и холодных электронов в металле возникает их конвекция, индуцирующая магнитное поле внутри и в окрестности образца. Теория, учитывающая термо-магнитный эффект [?], хорошо вписывается в общую картину термических явлений в металлах.

2.4 Физика элементарных частиц

Основой современной физики элементарных частиц принято считать кварковую модель. Формирование этой теории в цепочке наук о строении материи кажется вполне последовательным: все вещества состоят из молекул и атомов.

Центральными элементами атомов являются ядра. Ядра состоят из протонов и нейтронов, которые в свою очередь состоят из кварков.

Кварковая модель предполагает, что из кварков состоят все элементарные частицы. Для того, чтобы описать все их разнообразие, кварки должны обладать дробным (равным $1/3 e$ или $2/3 e$) электрическим зарядом и другими дискретными свойствами, именуемыми ароматом, цветом и др.

В 60-е годы после формулирования основ кварковой модели много экспериментаторов стремились найти частицы с дробным зарядом.

Но безуспешно.

После этого был придуман конфайнмент, т.е. свойство кварков, запрещающее им как-либо проявлять себя в свободном состоянии.

Когда-то что-то подобное уже было в истории европейской культуры. В определенной мере эта ситуация напоминает средневековые представления об ангелах. Само существование ангелов никем тогда не ставилось под сомнение, но им приписывалось свойство полной необнаружимости, т.е. своеобразного конфайнмента.

В современной физике существует понятие квази-частиц. Например, фононы в кристаллах хорошо описывают многие явления, но являются лишь удачным методом изучения этих явлений. Фононы реально не существуют, но являются удачной и удобной теоретической абстракцией.

Если относиться к кваркам тоже как квази-частицам, то их существование не требует экспериментальных доказательств. На первый план выступает то, насколько удобным и достоверным является кварковое описание элементарных частиц.

Действительно, модель кварков удачно описывает некоторые эксперименты по рассеянию частиц при высоких энергиях, например, образование струй или особенность рассеяния частиц высоких энергий без разрушения.

Базисные кварки первого поколения u и d введены в модель так, чтобы их комбинациями объяснялись зарядовые параметры протона и нейтрона. При этом нейтрон предполагается элементарной частицей аналогично протону. В 30-е годы прошлого века физики-теоретики пришли к заключению об элементарности нейтрона, не опираясь на данные измерений, которых в то время не было.

Существуют ли в настоящее время необходимые данные измерений? Да. Измерены магнитный момент нейтрона и энергия его распада, которые можно вычислить в рамках определенной модели.

Предположим, что нейтрон является неэлементарным и так же как и Боровский атом водорода, состоит из протона, вокруг которого на очень малом расстоянии от него вращается электрон. Вблизи протона движение электрона станет релятивистским. При этом оказывается, что рассчитанная таким образом

величина магнитного момента такого "атома" зависит только от мировых констант, и поэтому может быть вычислена с большой точностью. Используя стандартные формулы электродинамики (без учета какого-либо влияния электро-слабого взаимодействия), получаем, что магнитный момент такого релятивистского водородного "атома" (выраженный в единицах ядерного магнетона Бора)[?]:

$$\mu_n \approx -1.91352, \quad (2.1)$$

т.е. очень хорошо согласуется с измеренным значением магнитного момента нейтрона:

$$\frac{\mu_n(\text{calc})}{\mu_n(\text{meas})} = \frac{-1.91352}{-1.91304} \approx 1.00025 \quad (2.2)$$

Это совпадение говорит о том, что нейтрон не является элементарной частицей, а потому его нельзя описывать кварковой теорией.

Дополнительно, определив энергию взаимодействия протона с электроном внутри такого релятивистского атома водорода, можно оценить максимальную кинетическую энергию, которую может приобрести электрон при β -распаде такого атома. Такой учет электромагнитных сил (без привлечения теории электро-слабого взаимодействия) дает результат, который совпадает с данными измерений энергии β -распада нейтрона в пределах пары процентов [?].

Согласие этой модели с данными измерений говорит о том, что нейтрон не является элементарной частицей, а потому его нельзя описывать кварковой теорией, а сама кварковая модель должна подвергнуться ревизии.

Глава 3

Введение

3.1 Два подхода к изучению звёзд.

Вопрос, который ставит меня в тупик:
«Сумасшедший я или все остальные?»
А.Эйнштейн

Астрофизика началась с применения стандартных физических законов для описания внутреннего строения изучаемых ею объектов - далеких и таинственных звёзд - в то время, когда о них более ничего не было известно кроме того, что они существуют.

Прогресс техники астрономических измерений в последние десятилетия выявил существование различных зависимостей, которые связывают между собой физические параметры звёзд.

К сегодняшнему дню таких данных накопилось уже около десятка - это зависимости температура-радиус-светимость-масса звёзд, спектры сейсмических колебаний Солнца, распределение звёзд по массе, зависимость магнитных полей звёзд от их моментов и скоростей вращения и т.д. Все эти зависимости определяются явлениями, происходящими внутри звёзд. Поэтому теории внутреннего строения звёзд должны согласоваться с ними, опираясь на эти количественные данные как на краевые условия.

Существующие теории звёздного интерьера не могут объяснить полученные астрономами новые данные. Современная астрофизика¹ использует умозрительный подход: детально разрабатываются качественные теории звёзд, которые не доводятся до таких количественных оценок, которые можно было бы

¹ Современная астрофизика включает в себя много различных направлений. Нужно подчеркнуть, что почти все вопросы, кроме физики горячих звёзд, выходят за рамки данного рассмотрения, и, термин «астрофизика» здесь и в дальнейшем, будет использоваться в узком первоначальном значении - физики звёзд.

сравнить с данными астрономов. Все делается так, как будто бы новых закономерностей в параметрах звёзд и Солнца, измеренных астрономами в последние десятилетия, не существует.

Конечно о существовании зависимостей звёздных параметров известно астрофизическому сообществу. Однако в современной астрофизике принято, не найдя им объяснения, относить их к разряду эмпирических и полагать, что они в объяснении вообще не нуждаются. Так около ста лет известно о существовании так называемой эмпирической зависимости светимость-температура - диаграммы Герцшпрунга-Рассела - однако количественного объяснения ей не найдено.

В этой ситуации есть только один выход - отказаться от устаревших моделей звёзд и разработать новую, которая объяснит закономерности параметров звёзд и Солнца, обнаруженные астрономами.

Кажется очевидным, что построение такой теории - главная задача современной астрофизики.

Оказывается, что для решения этой задачи необходимо изменить базовый постулат физики звёзд.

Современная астрофизика исходит из предположения, что гравитационно-индуцированная электрическая поляризация (ГИЭП) внутризвёздной плазмы мала и она не играет роли в формировании равновесия внутризвёздной плазмы в гравитационном поле.

Этот постулат неверен.

Внутризвёздная плазма - электрически поляризуемая среда. Поэтому уравнение равновесия внутризвёздного вещества должно учитывать роль гравитационно-индуцированной электрической поляризации.

Как будет показано ниже, учет гравитационно-индуцированной электрической поляризации внутризвёздной плазмы позволяет построить модель звезды, в которой все основные параметры - масса звезды, ее температура, радиус и светимость - выражаются определенными комбинациями мировых констант, а индивидуальность звёзд определяется только двумя параметрами - массовым и зарядовым числами атомных ядер, из которых построена плазма этих звёзд. При этом удается количественно и с удовлетворительной точностью объяснить все зависимости, измеренные астрономами.

Основные положения этой концепции ранее опубликованы в работах [1],[2],[3].

3.2 Фундамент и содержание современной астрофизики

Астрофизика связана с другими физическими дисциплинами использованием стандартных физических законов - законов механики, статистической физики и термодинамики, электродинамики etc. Однако при всей неизбежной схожести на остальные теоретические физические дисциплины, астрофизику отличает

собственная, особенная «архитектура» построения ее фундамента. Это отличие имеет исторические корни.

Исторически и фундаментом, и содержанием астрофизики стали не данные наблюдений, которых ранее не было, а некая сумма астрофизических знаний и моделей звёзд, которая благодаря самосогласованности создавала впечатление объективной правильности проводимым исследованиям.

В связи с тем, что в последние десятилетия стали известны закономерности, связывающие между собой соотношения звёздных параметров, должно измениться и основное содержание астрофизических исследований, и их базис. До сих пор физика звезд, вместо изучения фундаментальных закономерностей звездного строения, подменяла их классификацией звезд по физическим параметрам, таким как массы, плотности, температуры, светимости, магнитные поля и т.д., и по своей методологии и сущности сильно напоминает ботанику. **На современном этапе фундаментом и содержанием астрофизической теории должны стать данные о закономерностях звёздных параметров, обнаруженные астрономами.**

3.2.1 Основной постулат астрофизики

Можно считать, что современная астрофизика появилась в начале XX века и важной вехой того периода явилась работа Р. Эмдена «Die Gaskugeln». Она заложила основу описания звёзд как газовых шаров. Газы могут характеризоваться различными зависимостями давления от их плотности, т.е. описываться различными политропами. Согласно Эмдену, уравнение состояния газа, образующего звезду, определяет ее характеристики - это может быть либо карлик, либо гигант, либо звезда основной последовательности и т.п. Такой подход к описанию звёзд определил выбор постулатов, необходимых для построения теории.

Любая теория опирается на свою систему постулатов.

Один из основных постулатов астрофизики - уравнение гидростатического равновесия - был сформулирован в математическом виде Л. Эйлером в середине XVIII века для описания «земных» явлений. Уравнение Эйлера определяет условие равновесия вещества в гравитационном поле:

$$\gamma \mathbf{g} = -\nabla P. \quad (3.1)$$

Согласно этому уравнению действие на вещество гравитационной силы $\gamma \mathbf{g}$ (γ - плотность вещества, \mathbf{g} - ускорение тяготения), в равновесии компенсируется силой, возникающей за счет действующего в веществе градиента давления P .

В астрофизике это уравнение Л. Эйлера используется в качестве базового постулата. На его основе методами теоретической физики построены все современные модели внутреннего строения звёзд. В этих моделях полагается, что давление внутри звезды монотонно растет по направлению к ее центру. А так как вещество внутри звезды может рассматриваться как идеальный газ с

давлением, пропорциональным его температуре и плотности, то все астрофизические модели предсказывают более или менее монотонный рост температуры и плотности звёздного вещества по направлению к центру звезды.

Пока речь идет об атомных веществах, никаких сомнений в справедливости этого уравнения и его применимости не возникает. Оно лежит в основе работы массы технических приборов и средств, от аэростатов до подводных лодок и батискафов.

Другим выдающимся астрофизиком первой половины XX века был А. Эддингтон. Он первым понял какое значение для астрофизики имеет открытие нового агрегатного состояния вещества - плазмы, которое стало достоянием науки после работ И. Ленгмюра.

А. Эддингтон показал, что при тех давлениях и температурах, которые существуют внутри звёзд, вещество, их составляющее, должно быть плазмой, и построил на этом понимании модель звезды, которая стала называться стандартной.

Другой постулат

Поляризуемость атомных веществ ничтожна.² Поэтому пока шла речь о модели, в которой звёзды состоят из атомных газов, никакую поляризацию учитывать было не нужно.

Но плазма - электрически поляризуемая среда.

Поэтому ее ГИЭП учитывать необходимо.

В связи с этим, при описании равновесия в плазме следует в уравнении Ейлера сохранять член, описывающий ее возможную электрическую поляризацию \mathfrak{P} :

$$\gamma \mathbf{g} + \mathfrak{P} \nabla \mathfrak{P} + \nabla P = 0, \quad (3.2)$$

Это ведет к возможности существования принципиально нового равновесного состояния звёздного вещества, при котором оно имеет постоянную плотность и температуру:

$$\nabla P = 0$$

$$\gamma \mathbf{g} + \mathfrak{P} \nabla \mathfrak{P} = 0, \quad (3.3)$$

что радикально отличает это равновесное состояние от равновесия, описываемого равенством (3.1).

²Если не принимать во внимание сегнетоэлектрики, пьезоэлектрики и другие подобные вещества, рассмотрение которых здесь совершенно неуместно.

Таким образом можно сформулировать два постулата. Какой из этих постулатов правильный?

В пользу учета эффекта поляризации говорит общее правило: при написании уравнения равновесия нужно учитывать сначала все силы, которые, как кажется, могут на него повлиять, и только в результате расчетов отбрасывать малые. Однако этот аргумент не является сильным.

Метод отбраковывания ложных постулатов был разработан еще во времена позднего средневековья, когда этот вопрос стоял остро.³ Научный подход к выбору правильного постулата теории разработал Г. Галилей.

3.2.2 Метод Г. Галилея

Современная физика начала свое становление на рубеже 16-17 веков в первую очередь трудами В. Гилберта и Г. Галилея, разработавшими главный инструмент современной науки - опытную проверку научных положений. До этого времени ложным представлениям не приходилось бояться экспериментальной проверки.

В то время мир мысли был несравненно утонченнее обыденного и грубого материального мира, и точное совпадение философской теории с прямым опытом почти роняло ее достоинство в глазах посвященных. Расхождение между до-галилеевской теорией и наблюдениями никого не смущало. К нашему времени опытный метод проверки всех теоретических положений стал общепринятым методом науки. Поэтому все основные положения физики достоверно установлены и базируются на твердом фундаменте согласия с данными наблюдений.

Для решения проблемы выбора правильного постулата существует метод, разработанный Г. Галилем. Он предполагает три этапа исследования:

- (1) *постулировать свободное от логических противоречий предположение о природе явления;*
- (2) *на основе этого постулата, используя стандартные методы математики, вывести законы явления;*
- (3) *посредством опыта убедиться, следует ли природе на самом деле этим законам и подтверждается ли таким образом основная гипотеза.*

Применение этого метода дает возможность отбросить неверные постулаты и теории, если, конечно, есть необходимые для этого данные наблюдений.

Посмотрим, что дает этот метод в нашем случае.

Логически непротиворечивы оба постулата - и (3.1), и (3.2).

³В. Гилберт в своей книге «О магните ...» (1600 г.) подчеркивал, что только экспериментально можно доказать ошибочность ряда общепринятых в образованном обществе суждений. Без опоры на опыты общепринятые суждения часто бывают весьма диковинными. Например, Гилберту пришлось экспериментально доказывать ошибочность общепринятого в то время суждения об увеличении силы магнитов при натирании их чесноком.

Теория, построенная на основе первого постулата, - это вся современная астрофизика. Тут все благополучно. Полученных закономерностей много, и они хорошо взаимно согласованы.

3.2.3 Что говорят измерения?

Но вот с проверкой полученных закономерностей плохо.

До XX века никаких данных измерений, по которым можно было бы судить о внутреннем строении звёзд не было.

К концу XX века удалось узнать целый ряд таких свойства звёзд, но современная астрофизика не стремится дать количественные объяснения этим данным наблюдений, трактуя их часто либо как не вполне понятные «эмпирические» зависимости, либо давая им лишь качественное объяснение. Характерным примером этого является рассмотрение зависимости светимости звёзд от их массы, открытой около 100 лет назад. Вот какое объяснение ей дается на сайте Astronet.

В 1911–24 гг. астрономы Холм, Рассел, Герципрунг и Эддингтон установили, что для звёзд главной последовательности существует связь между светимостью L и массой M , и построили диаграмму масса–светимость.

Термоядерный механизм излучения звезды качественно объясняет зависимость масса–светимость: чем больше масса, тем больше светимость. Действительно, при большей массе в недрах звезды достигаются более высокие температуры. Вероятность реакций синтеза возрастает, соответственно выделяется больше энергии и увеличивается светимость звезды.

Удивительно то, что такое объяснение удовлетворяет астрофизическое сообщество. Но другого-то нет!

Важно отметить, что ни одна из зависимостей, характеризующих звёздные параметры, которые были получены из астрономических измерений, не имеет количественного (а часто даже качественного) объяснения в рамках стандартной астрофизической теории, и потому наличие данных этих наблюдений не рассматривается в качестве возможности для проверки теоретических построений. Обычно наличие этих данных просто игнорируется.

3.3 О построения теории звезды

До настоящего времени, как и на раннем этапе развития астрофизики, астрофизические модели, описывающие физические процессы внутри звёзд, строились без какой-либо надежды на их подтверждение данными измерений. Наличие данных о взаимной зависимости параметров звёзд позволяет сегодня отказаться от до-галилеевского построения астрофизической науки и подвести под нее твердый фундамент согласия теоретических моделей с данными измерений, подобно тому как принято в остальных разделах физики.

Следующие главы будут посвящены построению теории звезды, базирующейся на постулате (3.2), учитывающем ГИЭП внутризвёздной плазмы, и проведению сравнений полученной модели с данными измерений. В них будет показано, что основные измеряемые параметры звёзд - массы, радиусы, температуры - удается описать определенными соотношениями мировых констант, а весьма хорошее количественное совпадение между предсказаниями этой теории (без использования каких-либо подгоночных параметров) и данными наблюдений объясняется тем, что внутризвёздная плазма в большинстве случаев может рассматриваться как почти идеальный газ, свойства которого хорошо известны.

Выбор правильного уравнения равновесия вещества является необходимым условием создания теории звезды, согласующейся с данными наблюдений.

С целью упростить такую теорию примем два дополнительных постулата. Горячая звезда непрерывно генерирует энергию в своей центральной области. При этом энергия непрерывно излучается с поверхности звезды. Это излучение является неравновесным по отношению к звезде, но естественно для простоты рассматривать звезду, находящейся в стационарных условиях. Это значит, что, во-первых, излучение исходящее от звезды не изменяется со временем, и, во-вторых, что с поверхности звезды излучается ровно столько энергии, сколько ее рождается внутри. Поэтому вещество звезды также находится в стационарных условиях. В связи с этим будем считать, что будет равна нулю производная по времени от любой термодинамической функции, характеризующей вещество звезды

$$\frac{dX}{dt} = 0. \quad (3.4)$$

В частности, при этом условии должна быть равна нулю временная производная от энтропии. Т.е. каждый элемент внутризвёздного вещества можно рассматривать локально находящимся в адиабатических условиях, несмотря на присутствие излучения, которое неравновесно по отношению в этому веществу и взаимодействует с ним. В главе 6 при рассмотрении термодинамических свойств вещества звезды мы воспользуемся этим обстоятельством.

Второе упрощение, которое естественно использовать при построении теории - это предположение, что за миллиарды лет своего существования звезда достигла минимума своей энергии. (Этим предположением мы исключаем из рассмотрения звёзды, ведущие «активный образ жизни». При этом выпадает из рассмотрения и такой интересный вопрос, как превращение одного типа звёзд в другой). Это предположение означает, что нулю должны быть равны производные от энергии звезды по любым параметрам, от которых она может зависеть⁴ :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0. \quad (3.5)$$

⁴Соответственно вторые производные также должны удовлетворять условию минимума.

Это накладывает условия на параметры, которые может иметь звёздное вещество: его плотность и температуру. С этого важного момента целесообразно начать построение теории звезды, поэтому вопрос об энергетически выгодных плотностях звёздного вещества и его температуре будет рассмотрен в первую очередь в следующей главе.

Глава 4

Энергетически выгодное состояние горячей плотной плазмы

4.1 Свойства плотной горячей плазмы

4.1.1 Классическая плазма и распределение Больцмана

Свободные электроны, будучи фермионами, в соответствии с распределением Ферми-Дирака, при низких температурах должны заполнять энергетические уровни, лежащие ниже энергии Ферми \mathcal{E}_F . При высоких температурах и высоких давлениях все вещества превращаются в электрон-ядерную плазму (eN-плазму). В высокотемпературной плазме борются две тенденции. При $kT \gg \mathcal{E}_F$ поправки на Ферми-статистику для плазмы становятся малыми. Но их роль увеличивается при повышении давления, ведущего к увеличению плотности электронного газа и соответствующему росту \mathcal{E}_F . При условии, когда квантовые отличия в поведении электронного газа малы, появляется возможность рассматривать электронный газ как идеальный, подчиняющийся статистике Больцмана. Критерий применимости классической статистики

$$T \gg \frac{\mathcal{E}_F}{k} \quad (4.1)$$

для нерелятивистского электронного газа с плотностью частиц 10^{25} cm^{-3} выполняется при $T \gg 10^6 \text{ K}$.

При такой температуре плазма обладает энергией

$$\mathcal{E} = \frac{3}{2}kTN, \quad (4.2)$$

и ее уравнение состояния есть уравнение идеального газа

$$P = \frac{NkT}{V}. \quad (4.3)$$

Но даже при столь высокой температуре плазму можно рассматривать как идеальный газ только в первом приближении. Для более точного описания ее свойств необходимо принять во внимание специфику взаимодействия ее частиц, учтя в первую очередь две главных характерных для нее поправки к закону идеального газа. Первая поправка - это поправка на Ферми-статистику, которой подчиняется электронный газ плазмы. В соответствии с принципом Паули электрон при заполнении энергетических уровней не может попасть на те, которые уже заняты другими электронами. Соответственно, эта поправка должна быть положительной, т.к. ведет к увеличению энергии плазмы по сравнению с идеальным газом той же плотности при той же температуре. Вторая поправка - это так называемая корреляционная поправка, которая учитывает корреляцию к расположению заряженных частиц за счет электрического взаимодействия, что ведет к уменьшению энергии плазмы по сравнению с идеальным газом той же плотности при той же температуре. Поэтому эта поправка должна быть отрицательной.

4.1.2 Энергия горячей плазмы с поправкой на Ферми-статистику

Энергия электронного газа в больцмановском случае ($kT \gg E_F$) может быть получена из выражения для полной энергии нерелятивистского газа Ферми-частиц [12]:

$$\mathcal{E} = \frac{2^{1/2}Vm_e^{3/2}}{\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^{3/2}d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\mu_e)/kT} + 1} \quad (4.4)$$

путем разложения ее в ряд. (Здесь m_e, ε, μ_e - масса, энергия и химический потенциал электронов).

В больцмановском случае $\mu_e < 0$ и $|\mu_e/kT| \gg 1$, поэтому подынтегральное выражение при $e^{\mu_e/kT} \ll 1$ может быть разложено в ряд по степеням $e^{\mu_e/kT - \varepsilon/kT}$. Если ввести обозначение $z = \frac{\varepsilon}{kT}$ и сохранить два первых члена разложения, получается

$$\begin{aligned} I &\equiv (kT)^{5/2} \int_0^\infty \frac{z^{3/2}dz}{e^{z-\mu_e/kT} + 1} \approx \\ &\approx (kT)^{5/2} \int_0^\infty z^{3/2} \left(e^{\frac{\mu_e}{kT} - z} - e^{2(\frac{\mu_e}{kT} - z)} + \dots \right) dz \end{aligned} \quad (4.5)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{I}{(kT)^{5/2}} &\approx e^{\frac{\mu_e}{kT}} \Gamma\left(\frac{3}{2} + 1\right) - \frac{1}{2^{5/2}} e^{\frac{2\mu_e}{kT}} \Gamma\left(\frac{3}{2} + 1\right) \approx \\ &\approx \frac{3\sqrt{\pi}}{4} e^{\mu_e/kT} \left(1 - \frac{1}{2^{5/2}} e^{\mu_e/kT}\right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Так что полная энергия горячего электронного газа

$$\mathcal{E} \approx \frac{3V}{2} \frac{(kT)^{5/2}}{\sqrt{2}} \left(\frac{m_e}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \left(e^{\mu_e/kT} - \frac{1}{2^{5/2}} e^{2\mu_e/kT}\right). \quad (4.7)$$

С учетом определения химического потенциала идеального газа (частиц со спином 1/2) [12]

$$\mu_e = kT \log \left[\frac{N_e}{2V} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e kT} \right)^{3/2} \right] \quad (4.8)$$

получим полную энергию горячего электронного газа с поправкой на Ферми-статистику:

$$\mathcal{E}_e \approx \frac{3}{2} kT N_e \left[1 + \frac{\pi^{3/2}}{4} \left(\frac{a_B e^2}{kT} \right)^{3/2} n_e \right]. \quad (4.9)$$

Здесь $a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ - радиус Бора.

4.1.3 Корреляционная поправка к энергии невырожденной плазмы

В очень горячей плазме частицы равномерно распределены по объему. При понижении температуры внутри плазмы устанавливается некоторый порядок - заряженные частицы одного знака экранируют электрические поля частиц другого знака. Корреляция в расположении частиц плазмы ведет к уменьшению ее давления. Поэтому поправка на электростатическое взаимодействие между частицами должна быть отрицательной. Эту поправку можно оценить, используя метод, развитый Дебаем и Хюккелем для сильных электролитов [12]. Электростатический потенциал ядра с зарядом Ze внутри плазмы спадает в соответствии с законом Дебая:

$$\varphi(r) = \frac{eZ}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right). \quad (4.10)$$

Здесь

$$r_D = \left(\frac{4\pi e^2}{kT} \sum_a n_a Z_a^2 \right)^{-1/2} \quad (4.11)$$

- радиус Дебая. На малых расстояниях по сравнению с радиусом Дебая ($\frac{r}{r_D} \ll 1$) дебаевский потенциал может быть разложен в ряд

$$\varphi(r) = \frac{Ze}{r} - \frac{Ze}{r_D} + \dots \quad (4.12)$$

Следующие члены разложения обращаются в нуль при $r \rightarrow 0$. Первый член этого разложения есть просто кулоновский потенциал рассматриваемой частицы. Второй член

$$\mathcal{E} = -e^3 \sqrt{\frac{\pi}{kTV}} \left(\sum_a N_a Z_a^2 \right)^{3/2} \quad (4.13)$$

- это интересующий нас эффект влияния других частиц.

Таким образом, корреляционная энергия плазмы, состоящей из N_e электронов и (N_e/Z) ядер с зарядом Z в объеме V :

$$\mathcal{E}_{corr} = -e^3 \sqrt{\frac{\pi n_e}{kT}} Z^{3/2} N_e \quad (4.14)$$

4.2 Энергетически выгодное состояние горячей плазмы

4.2.1 Энергетически выгодная плотность горячей плазмы

Энергетически выгодная плотность горячей плазмы

С учетом обеих главных поправок на неидеальность энергия горячей плазмы

$$\mathcal{E}_{plasma} \approx \frac{3}{2} kT N_e \left[1 + \frac{\pi^{3/2}}{4} \left(\frac{a_B e^2}{kT} \right)^{3/2} n_e - \frac{2\pi^{1/2}}{3} e^3 \left(\frac{Z}{kT} \right)^{3/2} n_e^{1/2} \right]. \quad (4.15)$$

Внутри звезды, находящейся в равновесном состоянии, выделяется энергия, которая затем, пройдя через толщу вещества, излучается с поверхности звезды. При нахождении устойчивого состояния звезды естественно полагать, что ему соответствует минимум энергии ее вещества, но при этом излучение, конечно, неравновесно и может рассматриваться как некая внешняя среда, в которую погружено вещество звезды. Равновесному состоянию тела во внешней среде соответствует минимум величины [12]§20

$$\mathcal{E} - T_o S + P_o V. \quad (4.16)$$

Здесь T_o и P_o - температура и давление среды. Учитывая, что излучение уходит в вакуум, где температура и давление излучения малы, двумя последними

слагаемыми можно пренебречь и записать уравнение равновесия вещества как минимум его полной энергии:

$$\frac{d\mathcal{E}_{plasma}}{dn_e} = 0, \quad (4.17)$$

откуда из (4.15) получаем, что условию равновесия горячей плазмы соответствует плотность электронного газа

$$n_e^{equilibrium} \equiv n_* = \frac{16}{9\pi} \frac{Z^3}{a_B^3} \approx 3.82 \cdot 10^{24} Z^3 \text{ cm}^{-3}. \quad (4.18)$$

Таким образом, равновесная плотность электронного газа горячей гелиевой плазмы должна быть близка к $3 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-3}$.

4.2.2 Оценка энергетически выгодной температуры плазмы горячей звезды

Оценим вклад высокотемпературного излучения в суммарную энергию равновесной системы.¹ Теорема вириала [12, 21] утверждает, что полная энергия частиц, взаимодействующих по закону Кулона и формирующих устойчивую систему, должна быть равна их кинетической энергии, взятой со знаком "минус" (т.к. речь идет об устойчивой системе, энергия которой должна быть отрицательной):

$$\mathcal{E}_{plasma} = U + \frac{3}{2} k T N_e = -\frac{3}{2} k T N_e. \quad (4.19)$$

Здесь $U \approx -\frac{GM^2}{R_0}$ - потенциальная энергия системы, M и R_0 - масса и радиус звезды, G - гравитационная константа. Энергия системы составляется из энергии частиц плазмы и, т.к. имеются в виду высокие температуры, энергии излучения:

$$\mathcal{E}_{total} \approx -\frac{3}{2} k T N_e + \frac{\pi^2}{15} \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 V k T. \quad (4.20)$$

В равновесном состоянии она должна быть минимальна

$$\left(\frac{\partial \mathcal{E}_{total}}{\partial T} \right)_{N,V} = 0. \quad (4.21)$$

Это условие при $\frac{N_e}{V} = n_*$ позволяет оценить температуру, характеризующую минимум энергии звезды:

$$T_* \approx Z \frac{\hbar c}{ka_B} \approx 10^7 Z \text{ K}. \quad (4.22)$$

¹ В главе 7 это рассмотрение будет проведено более последовательно.

Полученная оценка может вызвать недоумение. В "земных" условиях минимум энергии любых веществ достигается при $T \rightarrow 0$. Это связано с положительностью собственной теплоемкости всех веществ. Особенность звезды как устойчивого термодинамического объекта состоит в том, что полная энергия ее вещества отрицательна и пропорциональна его температуре (4.19). С ростом температуры она растет по абсолютной величине (будучи отрицательной). Этот процесс, отражающий влияние тяготения на вещество звезды, характеризуется отрицательной эффективной теплоемкостью, хотя, конечно, собственная теплоемкость звездного вещества (без учета тяготения, действующего между частицами вещества) остается положительной. При дальнейшем повышении температуры все большую роль начинает играть излучение (с энергией $\sim T^4$). Когда его роль станет доминирующей, звезда приобретет положительную теплоемкость. Минимуму энергии звезды соответствует точка между этими двумя ветвями.

4.2.3 Оценка корректности принятых допущений

При разложении в ряд полной энергии Ферми-газа предполагалось, что выполняется условие применимости статистики Больцмана (4.1). Подстановка полученных значений равновесной плотности n_* (4.18) и равновесной температуры T_* (4.22) показывает, что отношение

$$\frac{\mathcal{E}_F(n_*)}{kT_*} \approx 3.1Z\alpha \ll 1. \quad (4.23)$$

Здесь $\alpha \cong \frac{1}{137}$ - постоянная тонкой структуры.

Условие, использованное нами при разложении в ряд электрического потенциала на ядре (4.12), при соответствующих подстановках сводится к виду

$$\frac{r}{r_D} \approx (n_*^{1/3} r_D)^{-1} \approx \alpha^{1/2} \ll 1. \quad (4.24)$$

Таким образом, полученные значения равновесных значений плазмы согласуются с допущениями, использовавшимися при их выводе.

Глава 5

Электрическая поляризация, индуцируемая в плазме тяготением

5.1 Плазменные ячейки

Существование энергетически предпочтительного состояния плазмы с постоянной плотностью n_* и постоянной температурой T_* ставит вопрос о равновесии такой плазмы в гравитационном поле. Уравнение Эйлера в общепринятой форме (3.1) отрицает возможность равновесия при постоянном давлении: сила гравитации неизбежно должна вызывать градиент давления в тяготеющем веществе. Для решения этой проблемы необходимо рассмотреть равновесие плотной плазмы в поле тяготения. В нулевом приближении, соответствующем очень высокой температуре, плазму можно описать моделью "желе" согласно которой и электроны, и ядра равномерно "размазаны" по объему. При более низких температурах и высоких плотностях, когда взаимодействием между частицами пренебрегать нельзя, общепринято рассматривать плазму разделяющейся на плазменные ячейки [15]. В центре этих ячеек располагаются ядра, а остальной их объем заполнен электронным газом, плотность которого уменьшается от центра ячейки к ее периферии. Конечно, такое деление не может быть застывшим. Под действием тепловых процессов атомные ядра, а значит, и центры ячеек, все время смещаются в пространстве, но из-за малости массы электроны всегда успевают отследить это смещение и сформировать стационарное электронное облако вокруг ядра, т.е. ячейку. Поэтому действие гравитации на плазму нужно характеризоваться двумя условиями равновесия:

- условие равновесия атомных ядер внутри ячеек,
- условие равновесия электронного газа или, другими словами, равновесия самих ячеек.

5.2 Равновесие атомных ядер внутри плазменных ячеек, заполненных электронным газом

В отсутствие тяготения отрицательный заряд электронного облака внутри ячейки в точности компенсирует положительный заряд ядра в центре ячейки.

Ячейки электронейтральны, и прямое взаимодействие между ядрами отсутствует.

Тяготение действует одновременно и на ядра, и на электронный газ. Но из-за большой массы ядер сила тяготения, приложенная к ним, намного превышает силу, приложенную к легким электронам. С другой стороны, так как ядра между собой прямо не взаимодействуют, упругие свойства плазмы определяются реакцией электронного газа. Таким образом, складывается ситуация, когда сила, приложенная к ядрам, должна уравниваться реакцией электронного газа. Это приводит к возникновению у ячейки дипольного момента \mathbf{d}_s , а у плазмы - поляризации $\mathfrak{P} = n_s \mathbf{d}_s$. Здесь n_s - плотность ячеек.

Поляризация соседних ячеек создает в рассматриваемой ячейке напряженность электрического поля [13]

$$E_s = \frac{4\pi}{3} \mathfrak{P}, \quad (5.1)$$

в результате ячейка приобретет энергию

$$\mathcal{E}_s = \frac{\mathbf{d}_s \cdot E_s}{2}. \quad (5.2)$$

Сила, действующая на ядро, пропорциональна его массе Am_p (A - массовое число ядра, m_p - масса протона). В ячейке содержится Z электронов, поэтому сила тяготения, приложенная к электронному газу ячейки, пропорциональна Zm_e (m_e - масса электрона). Разность этих двух сил стремится раздвинуть центры заряда ядра и электронного газа и тем самым увеличить дипольные моменты ячеек. Электрическое поле E_s препятствует этому. Этот процесс сбалансируется, когда возникающая электростатическая сила $\nabla \mathcal{E}_s$ уравновесит разницу сил тяготения, приложенных к ядрам и электронному газу в ячейке:

$$\nabla \left(\frac{2\pi}{3} \frac{\mathfrak{P}^2}{n_s} \right) + (Am_p - Zm_e)\mathbf{g} = 0. \quad (5.3)$$

Учитывая, что $\mathbf{g} = -\nabla\psi$, получаем

$$\frac{2\pi}{3} \frac{\mathfrak{P}^2}{n_s} = (Am_p - Zm_e)\psi, \quad (5.4)$$

т.е.

$$\mathfrak{P}^2 = \frac{3GM_r}{2\pi r} n_e \left(\frac{A}{Z} m_p - m_e \right) \quad (5.5)$$

Здесь ψ - потенциал гравитационного поля, $n_s = \frac{n_s}{Z}$ - плотность ячеек (ядер), из которых сформирована плазма, n_e - плотность электронного газа, M_r - масса звезды, заключающаяся внутри сферы радиуса r .

5.3 Равновесие в подсистеме электронного газа

Неоднородная поляризация вещества может быть представлена распределением электрических зарядов, плотность которых [13]

$$\tilde{\varrho} = \frac{div E_s}{4\pi} = \frac{div \mathfrak{P}}{3}. \quad (5.6)$$

Суммарный электрический заряд всех ячеек плазмы, расположенных внутри звезды в сфере радиуса r ,

$$Q_r = 4\pi \int_0^r \tilde{\varrho} r^2 dr \quad (5.7)$$

определяет напряженность электрического поля, приложенного к ячейке, располагающейся на расстоянии r от центра звезды

$$\tilde{\mathbf{E}} = \frac{Q_r}{r^2} \quad (5.8)$$

Как результат, действие неоднородной поляризации может быть описано силой $\tilde{\varrho}\tilde{\mathbf{E}}$, которая должна быть учтена в условии равновесия, приводя уравнение Эйлера к виду:

$$\gamma \mathbf{g} + \tilde{\varrho}\tilde{\mathbf{E}} + \nabla P = 0, \quad (5.9)$$

Глава 6

Внутреннее строение звезды

Энергетическая выгодность для плазмы при очень высокой температуре иметь постоянную плотность подсказывает, что таким свойством должна обладать плазма в центральной области звезды. Проведенные ниже вычисления покажут, что по энергетическим соображениям выгодно, чтобы эта центральная область звезды - ядро - обладала строго определенной массой, равной половине всей массы звезды, и строго фиксированным радиусом порядка 1/10 ее радиуса, т.е. высокоплотное ядро занимает примерно 1/1000 долю ее объема. Другая половина вещества звезды распределяется во внешней по отношению к ядру области с относительно малой плотностью. Поэтому эту область можно называть атмосферой звезды.

6.1 Равновесие плазмы в ядре звезды

Условие равновесия (5.3) для плазмы с энергетически выгодной постоянной плотностью $n_s = const$ достигается при

$$\mathfrak{P} = \sqrt{G}\gamma_* r, \quad (6.1)$$

здесь плотность массы $\gamma_* = \frac{A}{Z} m_p n_*$.

В этом случае плазма приобретает электрический заряд с плотностью

$$\tilde{\varrho} = \sqrt{G}\gamma_*, \quad (6.2)$$

а электрическое поле, действующее на ячейку

$$\tilde{\mathbf{E}} = \frac{\mathbf{g}}{\sqrt{G}}. \quad (6.3)$$

В результате электрическая сила, приложенная к ячейке, полностью уравнивает действие тяготения

$$\gamma \mathbf{g} + \tilde{\rho} \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (6.4)$$

при нулевом градиенте давления

$$\nabla P = 0. \quad (6.5)$$

6.2 Основные параметры ядра звезды по порядку величины

Зная одновременно плотность плазмы n_* и температуру T_* , которые соответствуют минимуму энергии вещества ядра звезды, можно оценить массу ядра M_* и его радиус R_* . Согласно теореме вириала потенциальная энергия частиц, из которых составлено ядро, должна быть порядка их суммарной кинетической энергии (позже мы воспользуемся этой теоремой в ее строгой формулировке):

$$\frac{GM_*^2}{R_*} \approx kT_*N_*. \quad (6.6)$$

Здесь $N_* = \frac{4\pi}{3}R_*^3 n_*$ - полное число частиц в ядре звезды. Используя полученные определения (4.18) и (4.22), получаем

$$M_* \approx \frac{M_{Ch}}{(A/Z)^2}, \quad (6.7)$$

здесь $M_{Ch} = \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2}\right)^{3/2} m_p$ - масса Чандрасекара, m_p - масса протона,

$$R_* \approx \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2}\right)^{1/2} \frac{a_B}{Z \cdot (A/Z)}, \quad (6.8)$$

здесь A и Z - массовое число и зарядовое число атомных ядер, из которых сформирована плазма.

6.3 Равновесное состояние вещества внутри атмосферы звезды

Ядро звезды характеризуется постоянством плотности массы и плотности заряда, а также постоянством температуры и давления плазмы. При характерной для ядра температуре (порядка 10^7 К) плазму можно

рассматривать как идеальный газ, поскольку взаимодействия между ее частицами малы по сравнению с kT_* . В атмосфере звезды вблизи поверхности температура меньше примерно на три порядка. Но при этом одновременно с уменьшением температуры в атмосфере уменьшается и плотность плазмы, соответственно уменьшается взаимодействие между частицами, и при описании равновесного состояния плазмы в атмосфере можно продолжать рассматривать ее как идеальный газ.

В отсутствие тяготения равновесное состояние идеального газа, находящегося в некотором объеме, наступает при выравнивании давления, т.е. температуры T и плотности частиц n газа. Это равновесное состояние газа характеризуется постоянством его химического потенциала μ .

6.4 Радиальная зависимость плотности и температуры внутри атмосферы звезды

Равновесие в системе, различные части которой обладают различной температурой, характеризуется постоянством отношения локального значения химического потенциала частиц к локальному значению их температуры ([12], §25):

$$\frac{\mu}{kT} = const. \quad (6.9)$$

Т.к. термодинамическая (статистическая) часть химического потенциала одноатомного идеального газа [12], §45:

$$\mu_T = kT \ln \left[\frac{n}{2} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mkT} \right)^{3/2} \right], \quad (6.10)$$

то плотность идеального газа в равновесии должна быть функцией температуры

$$n \sim T^{3/2}. \quad (6.11)$$

В поле тяготения химический потенциал газа [12] §25

$$\mu = \mu_T + \mathcal{E}^{potential}, \quad (6.12)$$

где $\mathcal{E}^{potential}$ - потенциальная энергия частиц газа. Потому, кроме выполнения условия (6.11), равновесие системы в поле тяготения требует выполнения условия

$$-\frac{GM_r\gamma}{rkT_r} + \frac{\mathfrak{P}_r^2}{2kT_r} = const, \quad (6.13)$$

(здесь m - масса частиц, M_r масса вещества звезды, внутри сферы с радиусом r , \mathfrak{P}_r и T_r - поляризация и температура на этой поверхности). Т.к. на поверхности ядра левая часть уравнения (6.13) обращается в нуль, в атмосфере

$$M_r \sim rkT_r. \quad (6.14)$$

Предполагая, что температура внутри звезды изменяется по степенному закону с показателем x , ее величину на поверхности радиуса r внутри звезды запишем в виде

$$T_r = T_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^x, \quad (6.15)$$

и в соответствии с (6.11) плотность частиц

$$n_r = n_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^{3x/2}. \quad (6.16)$$

Из условия (6.14), приравнявая степени при r в правой и левой части, получаем $x = 4$.

Таким образом, при выборе степенного закона для описании радиальных зависимостей плотности и температуры, получаем

$$n_r \equiv n_e(r) = n_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^6 \quad (6.17)$$

и

$$T_r = T_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^4. \quad (6.18)$$

6.5 Масса атмосферы звезды и полная масса звезды

Интегрируя (6.17), найдем массу звёздной атмосферы

$$M_A = 4\pi \int_{\mathbb{R}_*}^{\mathbb{R}_0} (A/Z) m_p n_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^6 r^2 dr = \frac{4\pi}{3} (A/Z) m_p n_* \mathbb{R}_*^3 \left[1 - \left(\frac{\mathbb{R}_*}{\mathbb{R}_0} \right)^3 \right] \approx M_*, \quad (6.19)$$

которая оказывается равна массе ее ядра (с точностью до члена $\frac{\mathbb{R}_*^3}{\mathbb{R}_0^3} \approx 10^{-3}$).

Здесь $(A/Z) m_p$ - масса, приходящаяся на один электрон звёздной плазмы, \mathbb{R}_0 - радиус звезды.

Таким образом, полная масса звезды

$$M = M_A + M_* \approx 2M_*. \quad (6.20)$$

Глава 7

Масса звезды и температура ее ядра

7.1 Теорема вириала и энергия звезды

Теорема вириала [12, 21] применима к системе частиц, совершающих финитное движение внутри объема V . Если частицы взаимодействуют между собой по закону Кулона, то потенциальную энергию такой системы $\mathcal{E}^{potential}$, ее кинетическую энергию $\mathcal{E}^{kinetic}$ с давлением P связывает соотношение:

$$2\mathcal{E}^{kinetic} + \mathcal{E}^{potential} = 3PV. \quad (7.1)$$

На поверхности звезды давление равно нулю, поэтому для такой системы в целом

$$2\mathcal{E}^{kinetic} = -\mathcal{E}^{potential}, \quad (7.2)$$

и полная энергия частиц плазмы, составляющих звезду,

$$\mathcal{E}(plasma) = \mathcal{E}^{kinetic} + \mathcal{E}^{potential} = -\mathcal{E}^{kinetic}. \quad (7.3)$$

Проведем вычисления отдельных слагаемых, составляющих полную энергию звезды.

7.1.1 Кинетическая энергия плазмы

Кинетическая энергия ядра

$$\mathcal{E}_*^{kinetic} = \frac{3}{2}kT_*N_*. \quad (7.4)$$

Кинетическая энергия атмосферы

$$\mathcal{E}_a^{kinetic} = 4\pi \int_{\mathbb{R}_*}^{\mathbb{R}_0} \frac{3}{2} kT_* n_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^{10} r^2 dr \approx \frac{3}{7} \left(\frac{3}{2} kT_* N_* \right). \quad (7.5)$$

Суммарная кинетическая энергия частиц плазмы звезды

$$\mathcal{E}^{kinetic} = \mathcal{E}_*^{kinetic} + \mathcal{E}_a^{kinetic} = \frac{15}{7} kT_* N_*. \quad (7.6)$$

7.1.2 Потенциальная энергия плазмы

Внутри ядра звезды сила, возникающая в электрически поляризованной плазме, уравнивает действие тяготения. Соответственно, энергия электрической поляризации плазмы в точности скомпенсирована гравитационной энергией частиц плазмы. Как результат, потенциальная энергия ядра равна нулю.

В атмосфере звезды такого баланса нет.

Гравитационная энергия атмосферы

$$\mathcal{E}_a^G = -4\pi GM_* \frac{A}{Z} m_p n_* \int_{\mathbb{R}_*}^{\mathbb{R}_0} \frac{1}{2} \left[2 - \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^3 \right] \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^6 r dr, \quad (7.7)$$

т.е.

$$\mathcal{E}_a^G = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{2} \right) \frac{GM_*^2}{\mathbb{R}_*} = -\frac{15}{28} \frac{GM_*^2}{\mathbb{R}_*} \quad (7.8)$$

Электрическая энергия атмосферы

$$\mathcal{E}_a^E = -4\pi \int_{\mathbb{R}_*}^{\mathbb{R}_0} \frac{1}{2} \varrho \varphi r^2 dr, \quad (7.9)$$

здесь

$$\varrho = \frac{1}{3r^2} \frac{d\mathfrak{P}r^2}{dr} \quad (7.10)$$

и

$$\varphi = \frac{4\pi}{3} \mathfrak{P}r. \quad (7.11)$$

Электрическая энергия:

$$\mathcal{E}_a^E = -\frac{3}{28} \frac{GM_*^2}{\mathbb{R}_*}, \quad (7.12)$$

и суммарная потенциальная энергия частиц в атмосфере:

$$\mathcal{E}_a^{potential} = \mathcal{E}_a^G + \mathcal{E}_a^E = -\frac{9}{14} \frac{GM_*^2}{\mathbb{R}_*}. \quad (7.13)$$

Равновесие в звезде зависит не только от энергии плазмы, но также от энергии излучения.

7.2 Температура ядра звезды

7.2.1 Энергия черного излучения

Энергия черного излучения в ядре

$$\mathcal{E}_*(br) = \frac{\pi^2}{15} kT_* \left(\frac{kT_*}{\hbar c} \right)^3 \mathbb{V}_*. \quad (7.14)$$

Энергия черного излучения в атмосфере

$$\mathcal{E}_a(br) = 4\pi \int_{\mathbb{R}_*}^{\mathbb{R}_0} \frac{\pi^2}{15} kT_* \left(\frac{kT_*}{\hbar c} \right)^3 \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^{16} r^2 dr = \frac{3}{13} \frac{\pi^2}{15} kT_* \left(\frac{kT_*}{\hbar c} \right)^3 \mathbb{V}_*. \quad (7.15)$$

Полная энергия черного излучения

$$\mathcal{E}(br) = \mathcal{E}_*(br) + \mathcal{E}_a(br) = \frac{16}{13} \frac{\pi^2}{15} kT_* \left(\frac{kT_*}{\hbar c} \right)^3 \mathbb{V}_* = 1.23 \frac{\pi^2}{15} kT_* \left(\frac{kT_*}{\hbar c} \right)^3 \mathbb{V}_*. \quad (7.16)$$

7.2.2 Полная энергия звезды

В соответствии с (7.3) полная энергия звезды

$$\mathcal{E}^{star} = -\mathcal{E}^{kinetic} + \mathcal{E}(br), \quad (7.17)$$

то есть

$$\mathcal{E}^{star} = -\frac{15}{7} kT_* N_* + \frac{16}{13} \frac{\pi^2}{15} kT_* \left(\frac{kT_*}{\hbar c} \right)^3 \mathbb{V}_*. \quad (7.18)$$

Устойчивое состояние звезды определяется минимумом ее энергии

$$\left(\frac{d\mathcal{E}^{star}}{dT_*} \right)_{N=const, V=const} = 0, \quad (7.19)$$

что соответствует условию

$$-\frac{15}{7} N_* + \frac{64\pi^2}{13 \cdot 15} \left(\frac{kT_*}{\hbar c} \right)^3 \mathbb{V}_* = 0, \quad (7.20)$$

из которого с учетом (4.18) определяем равновесную температуру ядра

$$T_* = \left(\frac{25 \cdot 13}{28\pi^4} \right)^{1/3} \left(\frac{\hbar c}{ka_B} \right) Z \approx Z \cdot 2.13 \cdot 10^7 K. \quad (7.21)$$

7.3 Главные параметры звёзд

7.3.1 Масса звезды

Теорема вириала связывает кинетическую энергию звезды с ее потенциальной энергией. В соответствии с (7.13) и (7.6)

$$\frac{9}{14} \frac{GM_{\star}^2}{R_{\star}} = \frac{30}{7} kT_{\star} N_{\star}. \quad (7.22)$$

Введя безразмерный параметр

$$\eta = \frac{GM_{\star} \frac{A}{Z} m_p}{R_{\star} kT_{\star}}, \quad (7.23)$$

получаем

$$\eta = \frac{20}{3} = 6.67. \quad (7.24)$$

С учетом этого и равенств (4.18) и (7.21) получаем выражение для массы ядра звезды

$$M_{\star} = \left[\frac{20}{3} \left(\frac{25 \cdot 13}{28} \right)^{1/3} \frac{3}{4 \cdot 3.14} \right]^{3/2} \frac{M_{Ch}}{\left(\frac{A}{Z} \right)^2} = 6.84 \frac{M_{Ch}}{\left(\frac{A}{Z} \right)^2}. \quad (7.25)$$

Это равенство играет очень важную роль, потому что вместе с уравнением (6.20) позволяет предсказать полную массу звезды, которая получается из астрономических измерений:

$$M = 2M_{\star} = \frac{13.68 M_{Ch}}{\left(\frac{A}{Z} \right)^2} \approx \frac{25.34 M_{\odot}}{\left(\frac{A}{Z} \right)^2}. \quad (7.26)$$

Сравнение полученного предсказания о зависимости массы звезды с данными наблюдений дает способ проверки нашей теории. Хотя у нас нет возможности определить химический состав ядер удаленных звёзд, некоторые предсказания на этом пути возможны. Во-первых, не должно быть звёзд, масса которых превышает солнечную больше чем на полтора порядка, т.к. это предельная масса, которую могут иметь только звёзды, ядра которых состоят из водорода с $A/Z = 1$. Во-вторых, действие в плазме специфического механизма стабилизации (см. главу 12), делающего нейтронно-избыточные атомные ядра устойчивыми, не дает основания предполагать, что будут существовать звёзды, составленные из плазмы с $A/Z > 10$, и массой, примерно в сто раз меньшей водородных звёзд. Таким образом теория предсказывает, что весь спектр звёздных масс должен располагаться в интервале от примерно 0.25 до примерно 25 солнечных масс. Эти предсказания весьма точно подтверждаются

измерениями. На рис.7.1 показано распределение по массам двойных звёзд [10]¹

Распределение масс тесных двойных звёзд [11] показано на рис.7.2².

Кроме того, из рис.7.1 видно, что в спектре масс двойных звёзд в виде хорошо выделенных пиков представлены звёзды с целыми значениями $A/Z = 3, 4, 5, \dots$, соответствующие водороду-3,4,5 или гелию-6,8,10, а также с полуцелым $A/Z = 3/2$, соответствующим ядрам гелия-3. При этом важно подчеркнуть, что измеренная масса Солнца удовлетворительно согласуется с получающимся из рассмотрения его колебаний утверждением (см. главу 9), что оно должно состоять в основном из плазмы с $A/Z=5$. Спектр масс тесных двойных звёзд (рис.7.2) не содержит звёзд с высоким A/Z , но важно, что и тот, и другой спектры обрываются вблизи значения $A/Z = 1$.

7.3.2 Температура и радиус звезды

Используя известную плотность частиц в ядре (4.18), из (7.25) найдем радиус ядра

$$\mathbb{R}_* = 1.42 \frac{a_B}{Z(A/Z)} \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2} \right)^{1/2} \approx \frac{9.79 \cdot 10^{10}}{Z(A/Z)} \text{cm}. \quad (7.27)$$

Температура на поверхности звезды примерно на три порядка ниже, чем температура ядра. Поэтому при оценке радиуса поверхности звезды необходимо проводить расчеты с сохранением эффектов этого порядка, т.е. с учетом роли тяготения электронного газа. При этом плазменную ячейку удобно рассматривать как нейтральный квази-атом (типа атома Томаса-Ферми), электронную оболочку которого образует облако свободных электронов. На поверхности звезды такой квази-атом удерживается за счет своей отрицательной потенциальной энергии

$$\mathcal{E}_{potential} = (\mathcal{E}_{gravitational} + \mathcal{E}_{electric}) < 0. \quad (7.28)$$

Внутри ячейки, имеющей объем $V_s = \frac{4\pi}{3} r_s^3$ (где $r_s \approx \left(\frac{Z}{n_e} \right)^{1/3}$), электронный газ находится под давлением P_e . Поэтому при испарении ячейки с поверхности звезды высвобождается энергия $\mathcal{E}_{PV} = P_e V_s$. В связи с этим условие существования поверхности приобретает вид:

$$\mathcal{E}_{gravitational} + \mathcal{E}_{electric} + \mathcal{E}_{PV} = 0. \quad (7.29)$$

В холодной плотной плазме энергия электрона внутри ячейки $\mathcal{E}_{PV} \approx e^2 n_e^{1/3}$. В очень горячей плазме при $kT \gg \frac{Z^2 e^2}{r_s}$ энергия электронного газа в ячейке

¹Использование этих данных вызвано тем, что только измерение параметров движения двойных звёзд дает возможность достаточно точно определить их массы.

²Данные измерений параметров тесных двойных звёзд, проведенных в различных обсерваториях, собраны в таблицу Халиуллиным Х.Ф.(ГАИШ) в его диссертации, и с его разрешения для удобства читателя приводятся в Приложении 1.

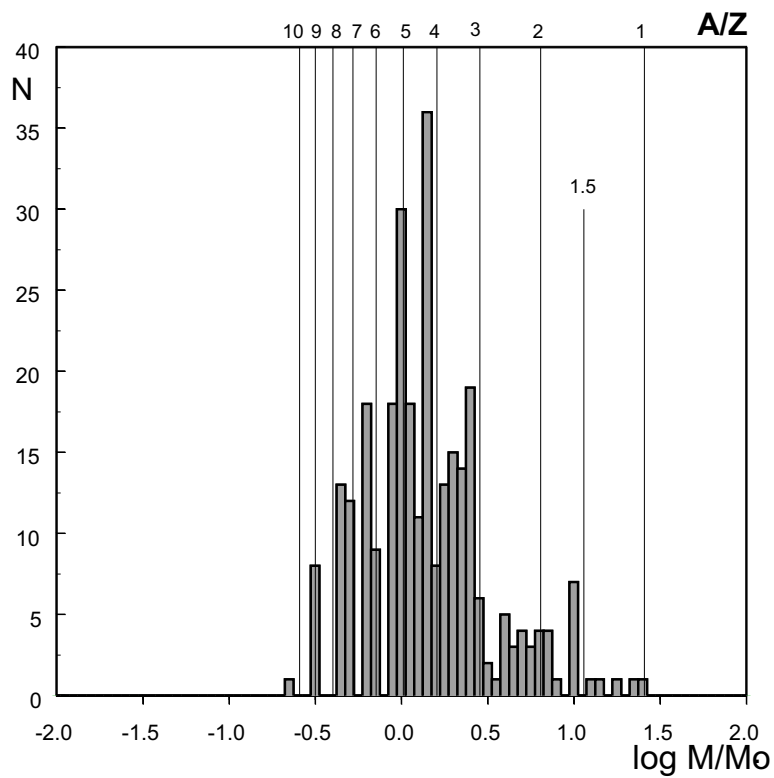


Рис. 7.1: Распределение по массе двойных звёзд [10]. По абсциссе отложен логарифм массы в единицах солнечной массы. Линиями показаны отдельные значения A/Z из (7.26).

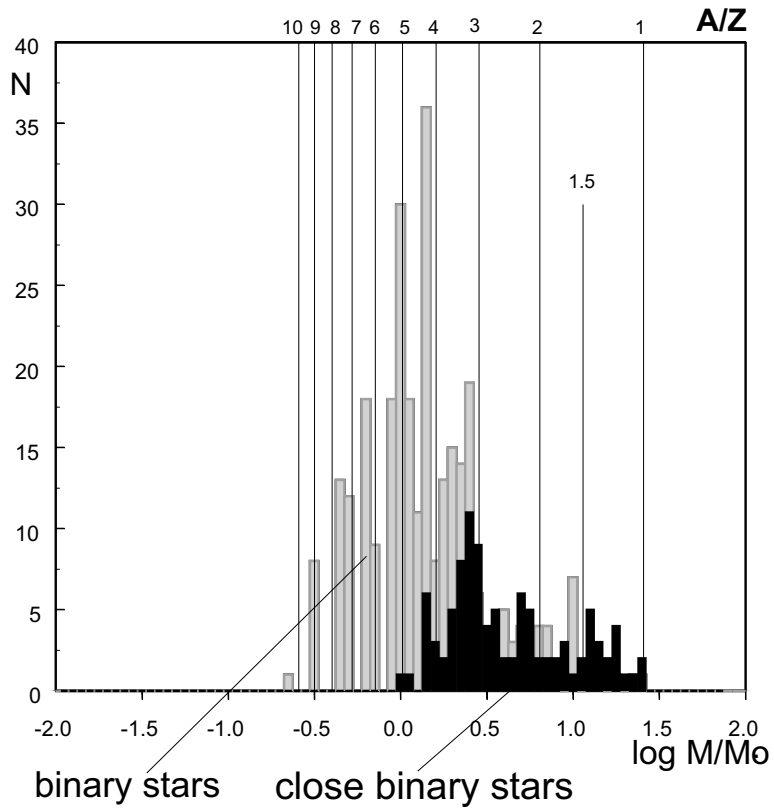


Рис. 7.2: Распределение по массе тесных двойных звёзд [11]. По абсциссе отложен логарифм массы в единицах солнечной массы. Линиями показаны отдельные значения A/Z из (7.26). Для сравнения показано распределение по массе двойных звёзд.

$\mathcal{E}_{PV} = \frac{3}{2}ZkT$. Для поверхности звезды эти энергии приблизительно равны:

$$\frac{kT_0}{e^2 n_e^{1/3}} \approx \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\mathbb{R}_0}{\mathbb{R}_*} \right)^2 \approx 1. \quad (7.30)$$

Нетрудно показать, что в этом случае

$$\mathcal{E}_{PV} \approx 2Z \sqrt{\frac{3}{2}kT \cdot e^2 n_e^{1/3}}. \quad (7.31)$$

Откуда, учитывая равенства (6.17)-(6.18), получаем

$$\mathcal{E}_{PV} \approx 1.5ZkT_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{\mathbb{R}_0} \right)^3 \sqrt{\alpha\pi}. \quad (7.32)$$

При испарении частицы вклад электрического взаимодействия ядра и электронов внутри ячейки, существующий при отсутствии тяготения можно, не учитывать, полагая, что он при испарении не изменяется. Поэтому для поверхности

$$\mathcal{E}_{electric} = \frac{2\pi\mathfrak{P}^2}{3n_s} = \frac{2GM_*}{\mathbb{R}_0} (Am_p - Zm_e). \quad (7.33)$$

Гравитационная энергия ячейки

$$\mathcal{E}_{gravitational} = -\frac{2GM_*}{\mathbb{R}_0} (Am_p + Zm_e). \quad (7.34)$$

Таким образом, условие равновесия (7.29) на поверхности звезды преобразуется к виду

$$-\frac{4GM_*Zm_e}{\mathbb{R}_0} + 1.5ZkT_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{\mathbb{R}_0} \right)^3 \sqrt{\alpha\pi} = 0. \quad (7.35)$$

Отсюда с учетом (6.18) и (7.24) получаем

$$\frac{\mathbb{R}_0}{\mathbb{R}_*} = \left(\frac{\sqrt{\alpha\pi} \frac{A}{Z} m_p}{2\eta \frac{m_e}} \right)^{1/2} \approx 4.56 \sqrt{\frac{A}{Z}}. \quad (7.36)$$

Поскольку радиус ядра звезды известен (7.27), можно найти величину радиуса ее поверхности:

$$\mathbb{R}_0 \approx \frac{4.46 \cdot 10^{11}}{Z(A/Z)^{1/2}} \text{ cm}. \quad (7.37)$$

При известных соотношениях (6.18) и (7.21) можно вычислить температуру на поверхности звезды, предполагая, что химический состав атмосферы сохраняется таким же, как и в ядре:

$$T_0 = T_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{\mathbb{R}_0} \right)^4 \approx 4.92 \cdot 10^5 \frac{Z}{(A/Z)^2} \text{ K} \quad (7.38)$$

7.3.3 Сравнение с наблюдениями

Из распределения звёзд по массам (рис.7.1) следует, что Солнце должно состоять в основном из плазмы с $A/Z = 5$. В соответствии с полученными формулами радиус Солнца \mathbb{R}_0 и температура на его поверхности \mathbb{T}_0 зависят также от Z . Вычисленные величины для $A/Z=5$ при различных Z приведены в

Таблице (7.3.2)

Таблица (7.3.2)

Z	\mathbb{R}_0, cm (вычислено по (7.37))	\mathbb{T}_0, K (вычислено по (7.38))
1	$2.0 \cdot 10^{11}$	1961
2	$1.0 \cdot 10^{11}$	3923
3	$6.65 \cdot 10^{10}$	5885
4	$5.0 \cdot 10^{10}$	7845

Из этой таблицы видно, что вполне удовлетворительное согласие с измеренным радиусом Солнца

$$\mathbb{R}_\odot = 6.96 \cdot 10^{10} cm \quad (7.39)$$

и измеренной температурой его поверхности

$$\mathbb{T}_\odot = 5850 K \quad (7.40)$$

вычисленные значения приобретают при $Z = 3$.

Для массы солнечного ядра вычисления дают

$$\mathbb{M}_*(Z = 3, A/Z = 5) \approx 9.68 \cdot 10^{32} g, \quad (7.41)$$

т.е. почти точно половину полной солнечной массы

$$\frac{\mathbb{M}_*(Z = 3, A/Z = 5)}{\mathbb{M}_\odot} \approx 0.486, \quad (7.42)$$

в полном соответствии с соотношением (6.20).

Полученные выражения для массы звезды (7.26), температуры ее поверхности (7.38) и величины ее радиуса (7.37) дают возможность провести проверку проведенных вычислений путем сравнения их результатов с данными наблюдений. Действительно, измеряемые астрономами параметры описываются функциями:

$$\mathbb{M} = \frac{Const_1}{(A/Z)^2}, \quad (7.43)$$

$$\mathbb{R}_0 = \frac{Const_2}{Z(A/Z)^{1/2}}, \quad (7.44)$$

$$T_0 = \frac{Const_3 \cdot Z}{(A/Z)^2}. \quad (7.45)$$

Комбинируя их так, чтобы исключить неизвестный параметр Z , получим соотношение

$$T_0 R_0 = Const \cdot M^{5/4}, \quad (7.46)$$

справедливость которого может быть проверена эмпирически. Для такой проверки воспользуемся данными, полученными астрономами из измерений параметров звёзд, образующих тесные пары [11]. Эти объекты дают возможность измерить все необходимые для такой проверки параметры: массы, радиусы и поверхностные температуры. Результаты этих измерений показаны на рис.(7.3). На этом рисунке показана зависимость, соответствующая расчёту по формуле (7.46). Нетрудно видеть, что эти данные хорошо описываются полученной зависимостью, что говорит в пользу выбранного подхода. Если параметры звезды выразить через соответствующие солнечные величины $\tau \equiv \frac{T_0}{T_\odot}$, $\rho \equiv \frac{R_0}{R_\odot}$ и $\mu \equiv \frac{M}{M_\odot}$, то равенство (7.46) может быть записано в виде

$$\frac{\tau \rho}{\mu^{5/4}} = 1. \quad (7.47)$$

Численные значения отношения $\frac{\tau \rho}{\mu^{5/4}}$ для тесных двойных звёзд [11] приведены в последнем столбце Таблицы(8.2)(в конце главы (8)).

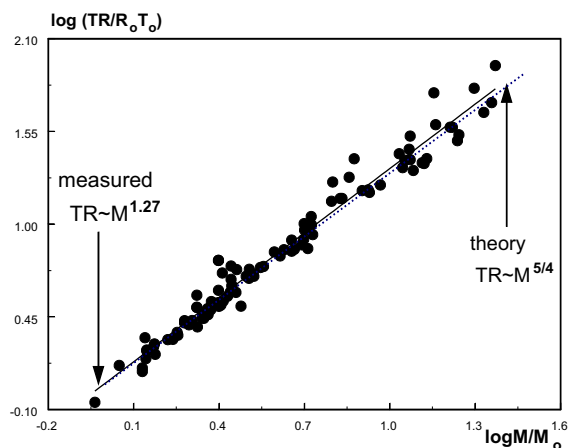


Рис. 7.3: Соотношения между основными параметрами звёзд (равенство (7.46)) и соответствующие данные астрономических измерений параметров тесных звёздных пар [11]. По ординате отложен логарифм произведения поверхностной температуры на радиус звезды (отнесенных к параметрам Солнца), по абсциссе - логарифмы отношения звёздной массы к солнечной. Пунктир соответствует равенству (7.46), сплошная линия - фитирование данных измерений.

Глава 8

Термодинамика внутризвёздной плазмы и соотношения между основными измеряемыми параметрами звёзд

8.1 Термодинамические соотношения в плазме атмосферы звезды

Горячие звёзды непрерывно генерируют энергию, которую они излучают с поверхности. Это излучение неравновесно по отношению к звезде. Но для звезды, находящейся в стационарном состоянии, это излучение тоже стационарно. Вещество звезды при этом можно считать равновесным и находящимся в квази-адиабатических условиях, т.к. существующий обмен энергией между подсистемами излучения и вещества стационарен и не ведет к изменению энтропии последнего. Поэтому для описания состояния атмосферы звезды можно исходить из условий равновесия горячей плазмы, которую в первом приближении можно описать законами идеального газа, находящегося в адиабатических условиях.

Известно, что установить связь между параметрами системы, находящейся в равновесном состоянии, можно с помощью термодинамических соотношений.

Обычно термодинамика рассматривает системы, для которых равновесное

состояние характеризуется постоянством температуры, давления и плотности частиц по всей системе. Характерной особенностью рассматриваемой нами системы является существования равновесия при отсутствии постоянства этих параметров (в атмосфере звезды). Поэтому для ее описания введем усредненные

давление

$$\hat{P} \approx \frac{GM^2}{\mathbb{R}_0^4}, \quad (8.1)$$

температуру

$$\hat{T} = \frac{\int_V T dV}{V} \sim T_0 \left(\frac{\mathbb{R}_0}{\mathbb{R}_*} \right) \quad (8.2)$$

и плотность частиц

$$\hat{n} \approx \frac{N_A}{\mathbb{R}_0^3} \quad (8.3)$$

и с помощью методов термодинамики найдем соотношения между ними.

8.1.1 Соотношение c_P и c_V

При поступательном движении частиц по теореме равнораспределения на одну степень свободы приходится энергия равная $kT/2$ и теплоемкость газа, возникающая за счет этого движения $c_v = 3/2$.

Согласно теореме вириала [12, 21] полная энергия звезды должна быть равна кинетической энергии ее частиц, взятой со знаком минус. Так что внутри звезды энергия, отнесенная к одной частице

$$\mathcal{E} = -\frac{3}{2}kT. \quad (8.4)$$

По определению, теплоемкость при постоянном объеме (отнесенная к одной частице вещества внутри звезды, выраженная в единицах k) в этом случае

$$c_V = \left(\frac{d\mathcal{E}}{dT} \right)_V = -\frac{3}{2}. \quad (8.5)$$

То, что теплоемкость частиц внутри звезды может быть отрицательна, известно и не должно вызывать удивления. Этот факт отмечен в курсе Ландау-Лифшица [12], §21. Реально теплоемкость каждой частицы без учета тяготения при этом, конечно, положительна. Отрицательной она получается, если учесть ее гравитационную энергию в поле звезды.

По определению [12] теплоемкость вещества при постоянном давлении

$$c_P = \left(\frac{dW}{dT} \right)_P, \quad (8.6)$$

здесь W - энтальпия газа.

В силу того, что для идеального газа [12]

$$W - \mathcal{E} = NkT, \quad (8.7)$$

в этом случае разница между теплоемкостями

$$c_P - c_V = 1. \quad (8.8)$$

Так образом, в рассматриваемом случае идеального газа внутри звезды получаем

$$c_P = -\frac{1}{2}. \quad (8.9)$$

Предполагая, что атмосфера звезды находится в условиях близких к адиабатическим, воспользуемся уравнением для адиабаты Пуассона.

8.1.2 Адиабата Пуассона

Термодинамический потенциал системы, состоящей из N молекул идеального газа при температуре T и давлении P , может быть записан в виде [12]

$$\Phi = \text{const} \cdot N + NT \ln P - N c_P T \ln T. \quad (8.10)$$

Поэтому энтропия этой системы

$$S = \text{const} \cdot N - N \ln P + N c_P \ln T. \quad (8.11)$$

Поскольку при адиабатическом процессе энтропия остается постоянной

$$-NT \ln P + N c_P T \ln T = \text{const}, \quad (8.12)$$

то можно записать соотношение, связывающее усредненное давление в системе, с ее объемом (адиабату Пуассона) [12]:

$$\widehat{P} V^{\tilde{\gamma}} = \text{const}, \quad (8.13)$$

здесь показатель адиабаты $\tilde{\gamma} = \frac{c_P}{c_V}$. В рассматриваемом случае с учетом (8.6) и (8.5)

$$\tilde{\gamma} = \frac{c_P}{c_V} = \frac{1}{3}, \quad (8.14)$$

так как $V^{1/3} \sim \mathbb{R}_0$, получаем что в равновесии

$$\widehat{P} \mathbb{R}_0 = \text{const}. \quad (8.15)$$

8.2 Соотношение масса-радиус

Используя ранее введенное значение усредненного давления, (8.1) из (8.15) получаем интересное нас соотношение массы и радиуса звезды:

$$\frac{M^2}{R_0^3} = const. \quad (8.16)$$

Это соотношение указывает на внутреннюю связь химических параметров плазмы в равновесном состоянии в атмосфере звезды. Действительно, из подстановки в равенство (8.16) полученных ранее определений (7.37) и (7.38) получаем соотношение:

$$Z \sim (A/Z)^{5/6} \quad (8.17)$$

Одновременно данные о массе звёзд, радиусе звёзд и их температуре астрономами получены для звёзд, образующих тесные пары [11]. Зависимость от массы радиусов звёзд, входящих в тесные пары, (в дважды логарифмическом масштабе) показана на рис.8.1. Результат фитирования данных измерений показан на рисунке сплошной линией и соответствует зависимости $R_0 \sim M^{0.68}$, что весьма близко к теоретической зависимости $R_0 \sim M^{2/3}$ (8.16), показанной на рисунке пунктиром.

Если параметры звезды, как и ранее, выразить через соответствующие солнечные величины $\rho \equiv \frac{R_0}{R_\odot}$ и $\mu \equiv \frac{M}{M_\odot}$, то равенство (8.16) может быть представлено как $\frac{\rho}{\mu^{2/3}} = 1$. Численные значения отношения $\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$ для тесных двойных звёзд [11] приведены в Таблице(8.2).

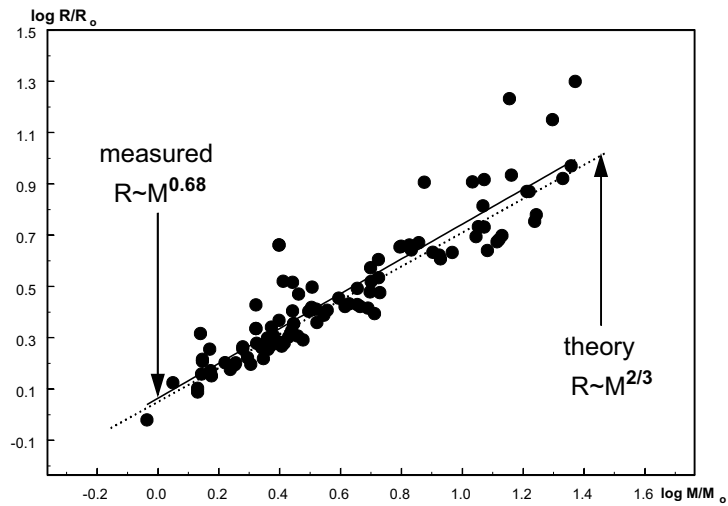


Рис. 8.1: Зависимость радиусов тесных двойных звёзд [11] (в единицах солнечного радиуса) от их массы (в единицах массы Солнца), представленная в дважды логарифмическом масштабе. Результат фитирования измеренных данных показан сплошной линией и соответствует зависимости $R_0 \sim M^{0.68}$. Теоретическая зависимость $R_0 \sim M^{2/3}$ (8.16) показана пунктиром.

Таблица(8.2).
Соотношения основных звёздных параметров

N	Star		$\mu \equiv \frac{M}{M_{\odot}}$	$\rho \equiv \frac{R_{\odot}}{R_{\odot}}$	$\tau \equiv \frac{T_{\odot}}{T_{\odot}}$	$\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$	$\frac{\tau}{\mu^{7/12}}$	$\frac{\rho\tau}{\mu^{5/4}}$
1	BW Aqr	1	1.48	1.803	1.043	1.38	0.83	1.15
		2	1.38	2.075	1.026	1.67	0.85	1.42
2	V 889 Aql	1	2.4	2.028	1.692	1.13	1.01	1.15
		2	2.2	1.826	1.607	1.08	1.01	1.09
3	V 539 Ara	1	6.24	4.512	3.043	1.33	1.04	1.39
		2	5.31	4.512	3.043	1.12	1.09	1.23
4	AS Cam	1	3.31	2.58	1.966	1.16	0.98	1.13
		2	2.51	1.912	1.709	1.03	1.0	1.03
5	EM Car	1	22.8	9.35	5.658	1.16	0.91	1.06
		2	21.4	8.348	5.538	1.08	0.93	1.00
6	GL Car	1	13.5	4.998	5.538	0.88	1.08	0.95
		2	13	4.726	4.923	0.85	1.1	0.94
7	QX Car	1	9.27	4.292	4	0.97	1.09	1.06
		2	8.48	4.054	3.829	0.975	1.1	1.07
8	AR Cas	1	6.7	4.591	3.111	1.29	1.02	1.32
		2	1.9	1.808	1.487	1.18	1.02	1.21
9	IT Cas	1	1.4	1.616	1.102	1.29	0.91	1.17
		2	1.4	1.644	1.094	1.31	0.90	1.18
10	OX Cas	1	7.2	4.69	4.068	1.25	1.29	1.62
		2	6.3	4.54	3.93	1.33	1.34	1.79
11	PV Cas	1	2.79	2.264	1.914	1.14	1.05	1.20
		2	2.79	2.264	2.769	1.14	1.05	1.20
12	KT Cen	1	5.3	4.028	2.769	1.32	1.05	1.39
		2	5	3.745	2.701	1.28	1.06	1.35

Таблица(8.2)(продолжение).

N	Star	n	$\mu \equiv \frac{M}{M_{\odot}}$	$\rho \equiv \frac{R_0}{R_{\odot}}$	$\tau \equiv \frac{T_0}{T_{\odot}}$	$\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$	$\frac{\tau}{\mu^{7/12}}$	$\frac{\rho\tau}{\mu^{5/4}}$
13	V 346 Cen	1	11.8	8.26	4.05	1.59	0.96	1.53
		2	8.4	4.19	3.83	1.01	1.11	1.12
14	CW Cep	1	11.8	8.263	4.051	1.04	1.06	1.11
		2	11.1	4.954	4.393	1.0	1.08	1.07
15	EK Cep	1	2.02	1.574	1.709	0.98	1.13	1.12
		2	1.12	1.332	1.094	1.23	1.02	1.26
16	α Cr B	1	2.58	3.314	1.555	1.76	0.89	1.57
		2	0.92	0.955	0.923	1.01	0.97	0.98
17	Y Cyg	1	17.5	6.022	5.66	0.89	1.06	0.95
		2	17.3	5.68	5.54	0.85	1.05	0.89
18	Y 380 Cyg	1	14.3	17.08	3.54	2.89	0.75	2.17
		2	8	4.3	3.69	1.07	1.1	1.18
19	V 453 Cyg	1	14.5	8.607	4.55	1.45	0.95	1.38
		2	11.3	5.41	4.44	1.07	1.08	1.16
20	V 477 Cyg	1	1.79	1.567	1.46	1.06	1.04	1.11
		2	1.35	1.27	1.11	1.04	0.93	0.97
21	V 478 Cyg	1	16.3	7.42	5.09	1.15	1.0	1.15
		2	16.6	7.42	5.09	1.14	0.99	1.13
22	V 541 Cyg	1	2.69	2.013	1.86	1.04	1.05	1.09
		2	2.6	1.9	1.85	1.0	1.6	1.06
23	V 1143 Cyg	1	1.39	1.44	1.11	1.16	0.92	0.92
		2	1.35	1.23	1.09	1.0	0.91	0.92
24	V 1765 Cyg	1	23.5	19.96	4.39	2.43	0.67	1.69
		2	11.7	6.52	4.29	1.26	1.02	1.29

Таблица(8.2)(продолжение).

N	Star	n	$\mu \equiv \frac{M}{M_{\odot}}$	$\rho \equiv \frac{R_{\odot}}{R_{\odot}}$	$\tau \equiv \frac{T_{\odot}}{T_{\odot}}$	$\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$	$\frac{\tau}{\mu^{7/12}}$	$\frac{\rho\tau}{\mu^{5/4}}$
25	DI Her	1	5.15	2.48	2.91	0.83	1.12	0.93
		2	4.52	2.69	2.58	0.98	1.07	1.05
26	HS Her	1	4.25	2.71	2.61	1.03	1.12	1.16
		2	1.49	1.48	1.32	1.14	1.04	1.19
27	CO Lac	1	3.13	2.53	1.95	1.18	1.00	1.12
		2	2.75	2.13	1.86	1.08	1.01	1.09
28	GG Lup	1	6.24	4.12	2.64	1.03	1.08	1.11
		2	2.51	1.92	1.79	1.04	1.05	1.09
29	RU Mon	1	3.6	2.55	2.20	1.09	1.04	1.14
		2	3.33	2.29	2.15	1.03	1.07	1.10
30	GN Nor	1	2.5	4.59	1.33	2.49	0.78	1.95
		2	2.5	4.59	1.33	2.49	0.78	1.95
31	U Oph	1	5.02	3.31	2.80	1.13	1.09	1.23
		2	4.52	3.11	2.60	1.14	1.08	1.23
32	V 451 Oph	1	2.77	2.54	1.86	1.29	1.03	1.32
		2	2.35	1.86	1.67	1.05	1.02	1.07
33	β Ori	1	19.8	14.16	4.55	1.93	0.80	1.54
		2	7.5	8.07	3.04	2.11	0.94	1.98
34	FT Ori	1	2.5	1.89	1.81	1.03	1.06	1.09
		2	2.3	1.80	1.62	1.03	1.0	1.03
35	AG Per	1	5.36	3.0	2.91	0.98	1.09	1.06
		2	4.9	2.61	2.91	0.90	1.15	1.04
36	IQ Per	1	3.51	2.44	2.27	1.06	1.09	1.16
		2	1.73	1.50	2.27	1.04	1.00	1.05

Таблица(8.2)(продолжение).

N	Star	n	$\mu \equiv \frac{M}{M_{\odot}}$	$\rho \equiv \frac{R_{\odot}}{R}$	$\tau \equiv \frac{T_{\odot}}{T}$	$\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$	$\frac{\tau}{\mu^{7/12}}$	$\frac{\rho\tau}{\mu^{5/4}}$
37	ϕ Phe	1	3.93	2.85	2.41	1.14	1.08	1.24
		2	2.55	1.85	1.79	0.99	1.04	1.03
38	KX Pup	1	2.5	2.33	1.74	1.27	1.02	1.29
		2	1.8	1.59	1.38	1.08	0.98	1.06
39	NO Pup	1	2.88	2.03	1.95	1.00	1.05	1.05
		2	1.5	1.42	1.20	1.08	0.94	1.02
40	VV Pyx	1	2.1	2.17	1.49	1.32	0.96	1.27
		2	2.1	2.17	1.49	1.32	0.96	1.27
41	YY Sgr	1	2.36	2.20	1.59	1.24	0.96	1.19
		2	2.29	1.99	1.59	1.15	0.98	1.12
42	V 523 Sgr	1	2.1	2.67	1.42	1.63	0.92	1.50
		2	1.9	1.84	1.42	1.20	0.98	1.17
43	V 526 Sgr	1	2.11	1.9	1.30	1.15	0.84	0.97
		2	1.66	1.60	1.30	1.14	0.97	1.10
44	V 1647 Sgr	1	2.19	1.83	1.52	1.09	0.96	1.05
		2	1.97	1.67	4.44	1.06	1.02	1.09
45	V 2283 Sgr	1	3.0	1.96	1.67	0.94	0.88	0.83
		2	2.22	1.66	1.67	0.97	1.05	1.02
46	V 760 Sco	1	4.98	3.02	2.70	1.03	1.06	1.09
		2	4.62	2.64	2.70	0.95	1.11	1.05
47	AO Vel	1	3.2	2.62	1.83	1.21	0.93	1.12
		2	2.9	2.95	1.83	1.45	0.98	1.43
48	EO Vel	1	3.21	3.14	1.73	1.44	0.87	1.26
		2	2.77	3.28	1.73	1.66	0.95	1.58

Таблица(8.2)(продолжение).

N	Star	n	$\mu \equiv \frac{M}{M_{\odot}}$	$\rho \equiv \frac{R_0}{R_{\odot}}$	$\tau \equiv \frac{T_0}{T_{\odot}}$	$\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$	$\frac{\tau}{\mu^{7/12}}$	$\frac{\rho\tau}{\mu^{5/4}}$
49	α Vir	1	10.8	6.10	3.25	1.66	0.81	1.34
		2	6.8	4.39	3.25	1.22	1.06	1.30
50	DR Vul	1	13.2	4.81	4.79	0.83	1.06	0.91
		2	12.1	4.37	4.79	0.83	1.12	0.93

8.3 Соотношения масса-температура и масса-светимость.

В учете радиальной зависимости температуры (6.18) и соотношений (4.22),(6.8) и (8.16), можно получить соотношение между радиусом и поверхностной температурой звезды

$$T_0 \sim R_0^{7/8}, \quad (8.18)$$

или с учетом (8.16) соотношение массы и поверхностной температуры звезды

$$T_0 = \frac{T_\odot}{M_\odot^{7/12}} \cdot M^{7/12} \approx \frac{3.86 \cdot 10^5}{(A/Z)^{7/6}} K \quad (8.19)$$

На рис.(8.2) показана зависимость поверхностной температуры от массы для того же набора звёзд, составляющих тесные пары, для которого определена зависимость масса-радиус (рис.(8.1)). Здесь температуры звёзд нормированы на поверхностную температуру Солнца (5875 K), массы - на массу Солнца. Результат фитирования измеренных данных показан сплошной линией и соответствует зависимости $T_0 \sim M^{0.59}$.

Теоретическая зависимость $T_0 \sim M^{7/12}$ (8.19) показана пунктиром.

Если параметры звезд, как и ранее, выразить через соответствующие солнечные величины $\tau \equiv \frac{T_0}{T_\odot}$ и $\mu \equiv \frac{M}{M_\odot}$, то равенство (8.19) может быть записано в виде

$$\frac{\tau}{\mu^{7/12}} = 1. \quad (8.20)$$

Численные значения отношения $\frac{\tau}{\mu^{7/12}}$ для тесных двойных звёзд [11] приведены в Таблице(8.2).

Анализ этих данных приводит к нескольким заключениям. Так как усреднение по всем 100 звёздам Таблицы (8.2) показывает, что усреднено параметр

$$\langle \frac{\tau}{\mu^{7/12}} \rangle = 1.007 \pm 0.07, \quad (8.21)$$

то можно сделать вывод о том, что, во-первых, разброс измеренных астрономами масс звёзд и их поверхностных температур является статистическим. Во-вторых, равенство (8.20) универсально применимо ко всем горячим звёздам (точнее, ко всем звёздам, входящим в указанные тесные пары).

Для Солнца при $A/Z = 5$ из (8.19) получаем

$$T_\odot \approx 5884K \quad (8.22)$$

что оказывается в хорошем согласии с измерениями температуры на поверхности Солнца ($T_\odot \approx 5875 K$). Максимальная поверхностная температура, которой обладают водородные звёзды с $A/Z = 1$, т.е. с массой близкой к $25M_\odot$,

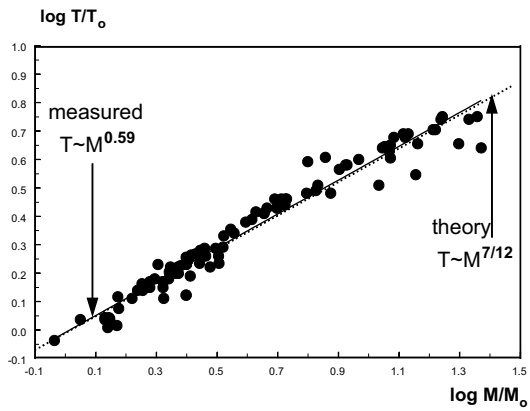


Рис. 8.2: Зависимость поверхностной температуры от массы звёзд, входящих в тесные пары [11]. Температуры нормированы на поверхностную температуру Солнца (5875 K), массы - на массу Солнца. Данные представлены в дважды логарифмическом масштабе. Результат фитирования измеренных данных показан сплошной линией и соответствует зависимости $R \sim M^{0.59}$. Теоретическая зависимость $R \sim M^{7/12}$ (8.19) показана пунктиром.

должна согласно (8.19) приближаться к 50000 К, что можно считать согласующимся с данными измерений Табл.(8.2).
Иначе обстоит дело с параметром $\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$. В состав рассматриваемых звёздных пар входит несколько звёзд-гигантов и супер-гигантов. Для некоторых из них отношение $\frac{\rho}{\mu^{2/3}}$ превышает 2. Кажется, что если их исключить из усреднения, то полученное среднее по звёздам главной последовательности получится близким к 1. Однако, очевидно, что этот вопрос требует более точного рассмотрения.

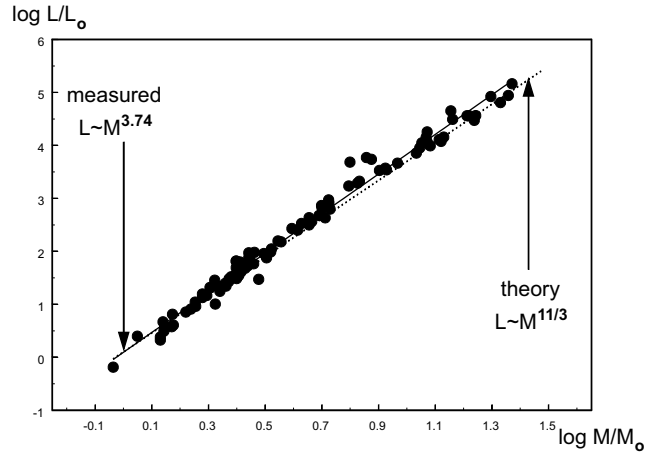


Рис. 8.3: Зависимость светимости звёзд, входящих в тесные пары [11], от их массы (в единицах светимости и массы Солнца). Результат фитирования данных измерений показан сплошной линией и соответствует зависимости $L_0 \sim M^{3.74}$. Теоретическая зависимость $L_0 \sim M^{11/3}$ (8.24) показана пунктиром.

Светимость звезды описывается зависимостью

$$L_0 \sim R_0^2 T_0^4. \quad (8.23)$$

С учетом соотношений (8.16) и (8.19) получаем

$$L_0 \sim M^{11/3} \sim M^{3.67}. \quad (8.24)$$

Эта зависимость иллюстрируется (рис.(8.3)). Из приведенных в этой главе рисунков видно, что полученные теоретические оценки вполне удовлетворительно количественно согласуются с имеющимися данными измерений. При этом важно, что таким образом количественно объяснена открытая в начале XX века зависимость масса-светимость.

8.3.1 Обобщение результатов

Сведем воедино полученные результаты. Энергетически выгодным является разделение звезды на две области: в центральной части звезды расположено

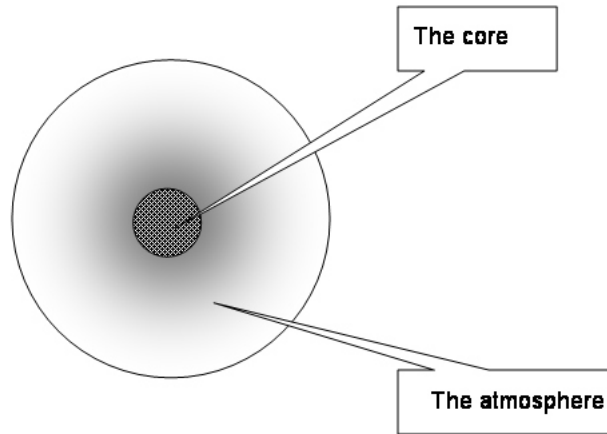


Рис. 8.4: Схематическое изображение интерьера звезды,

ядро, а снаружи его окружает атмосфера (рис.8.4). Ядро звезды имеет радиус

$$R_{\star} = 1.42 \frac{a_B}{Z(A/Z)} \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2} \right)^{1/2} \approx \frac{9.79 \cdot 10^{10}}{Z(A/Z)} \text{cm}, \quad (8.25)$$

что составляет приблизительно 1/10 ее наружного радиуса.

При этом масса ядра

$$M_{\star} = 6.84 \frac{M_{Ch}}{\left(\frac{A}{Z}\right)^2} \quad (8.26)$$

почти точно равна половине массы звезды.

Плазма внутри ядра имеет постоянную плотность

$$n_{\star} = \frac{16}{9\pi} \frac{Z^3}{a_B^3} \approx 1.2 \cdot 10^{24} Z^3 \text{cm}^{-3} \quad (8.27)$$

и постоянную температуру

$$\mathbb{T}_* = \left(\frac{25 \cdot 13}{28\pi^4} \right)^{1/3} \left(\frac{\hbar c}{ka_B} \right) Z \approx Z \cdot 2.13 \cdot 10^7 K. \quad (8.28)$$

Внутри атмосферы плотность плазмы и ее температура уменьшаются по мере приближения к поверхности:

$$n_e(r) = n_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^6 \quad (8.29)$$

и

$$T_r = \mathbb{T}_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{r} \right)^4. \quad (8.30)$$

Внешний радиус звезды определяется равенством

$$\mathbb{R}_0 = \left(\frac{\sqrt{\alpha\pi} \frac{A}{Z} m_p}{2\eta m_e} \right)^{1/2} \mathbb{R}_* \approx \frac{4.46 \cdot 10^{11}}{Z(A/Z)^{1/2}} cm. \quad (8.31)$$

Температура на поверхности звезды

$$\mathbb{T}_0 = \mathbb{T}_* \left(\frac{\mathbb{R}_*}{\mathbb{R}_0} \right)^4 \approx 4.92 \cdot 10^5 \frac{Z}{(A/Z)^2}. \quad (8.32)$$

Глава 9

Магнитные поля и магнитные моменты звёзд

9.1 Магнитные моменты космических тел

Тонкая сферическая оболочка радиуса r , несущая на себе электрический заряд q , при вращении вокруг своей оси с частотой Ω приобретает магнитный момент

$$\mathbf{m} = \frac{r^2}{3c} q \Omega. \quad (9.1)$$

Вращение шара, внутри которого распределен электрический заряд $\rho(r)$, индуцирует у него появление магнитного момента

$$\mathbf{m} = \frac{\Omega}{3c} \int_0^R r^2 \rho(r) 4\pi r^2 dr. \quad (9.2)$$

Поэтому положительно заряженное ядро звезды создаст магнитный момент

$$\mathbf{m}_+ = \frac{\sqrt{GM_*} R_*^2}{5c} \Omega. \quad (9.3)$$

В атмосфере звезды конденсируется отрицательный заряд, по абсолютной величине равный заряду ядра. Будучи распределенным далее от центра звезды, он создаст при вращении несколько большее магнитное поле. Количественная оценка показывает, что суммарный магнитный момент звезды будет отрицательным и по порядку величины будет равен моменту ядра:

$$\mathbf{m}_\Sigma \approx -\frac{\sqrt{G}}{c} M_* R_*^2 \Omega. \quad (9.4)$$

В это же время механический момент вращения шара с массой M и радиусом R

$$\mathcal{L} \approx M_* R_*^2 \Omega. \quad (9.5)$$

Для космических тел, в плазме которых сила собственного тяготения вызывает электрическую поляризацию, в соответствии с уравнением (6.2), гиромагнитное отношение будет зависеть только от мировых констант:

$$\frac{m_\Sigma}{\mathcal{L}} \approx -\frac{\sqrt{G}}{c}. \quad (9.6)$$

Это соотношение было впервые получено Блекеттом [6], показавшим, что гиромагнитные отношения для Земли, Солнца и звезды 78 Vir, действительно, близки \sqrt{G}/c .

В настоящее время магнитные поля, массы, радиусы и скорости вращения измерены для всех планет Солнечной системы и некоторых звёзд [18]. Как видно из рис.(9.1), построенного на основании этих данных, их гиромагнитные отношения удовлетворительно согласуются с соотношением Блекетта.

Сделав несколько допущений, те же параметры можно определить для пульсаров. Измерения показывают, что по порядку величины все пульсары имеют одну и ту же массу [20], что согласуется с условием равновесия холодной релятивистской материи (см.раздел 13.2.2). Исходя из этого массу и радиус пульсаров можно считать известными. В соответствии с общепринятой точкой зрения, скорость их вращения равна характерной частоте их излучения.

Сделанные допущения позволяют определить гиромагнитные отношения тех трех пульсаров, для которых измерены магнитные поля на их полюсах [5]. Как видно из рис.(9.1), гиромагнитные отношения указанных пульсаров удовлетворительно согласуются с равенством Блекетта.

9.2 Магнитные поля горячих звёзд

При оценке магнитного поля, существующего на полюсах звезды, необходимо, в первую очередь, определить поле, индуцируемое ее атмосферой. Вкладом ядра, при условии $R_* \ll R_0$, можно пренебречь. В соответствии с распределением поляризации внутри атмосферы, она при вращении создаст момент

$$\mathbf{m}_- = \frac{\Omega}{3c} \int_{R_*}^{R_0} 4\pi \frac{div \mathfrak{P}}{3} r^4 dr. \quad (9.7)$$

Этот интеграл можно взять численно. Однако, в данном случае, по-видимому, достаточно оценки по порядку величины. Поле на полюсе звезды

$$\mathcal{H} \approx \frac{2\mathbf{m}_-}{R_0^3} \quad (9.8)$$

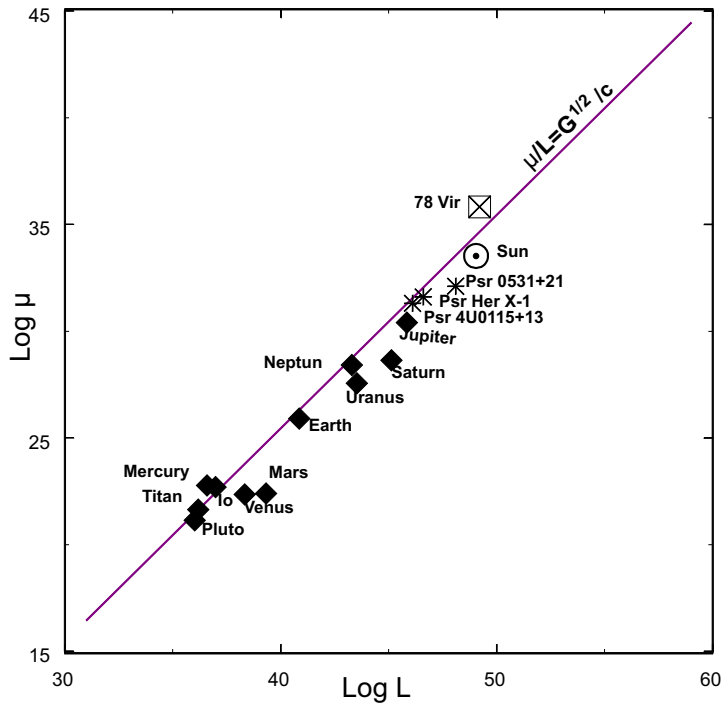


Рис. 9.1: Измеренные значения магнитных моментов космических тел в зависимости от их моментов вращения [18]. По ординате - логарифм магнитного момента (в $G s \cdot cm^3$), по абсциссе - логарифм момента вращения (в $erg \cdot s$). Линия иллюстрирует равенство (9.6).

можно оценить следующим путем. По порядку величины магнитный момент атмосферы

$$\mathbf{m}_- \approx \frac{\sqrt{G} 2M_* R_0^2}{c} \boldsymbol{\Omega} \quad (9.9)$$

и поле на полюсе звезды

$$\mathcal{H} \approx -4 \frac{\sqrt{GM_*}}{cR_0} \boldsymbol{\Omega}. \quad (9.10)$$

При учете полученных выше соотношений получается, что это выражение для магнитного поля на полюсе звезды слабо зависит от параметров Z и A/Z , и значит оно должно слабо зависеть от радиуса, температуры и массы звезды и должно определяться в основном скоростью ее вращения:

$$\mathcal{H} \approx -50 \left(\frac{m_e}{m_p} \right)^{3/2} \frac{\alpha^{3/4} c}{\sqrt{G}} \boldsymbol{\Omega} \approx -2 \cdot 10^9 \boldsymbol{\Omega} \quad Oe. \quad (9.11)$$

Для целого ряда звёзд, входящих в Ар-класс, магнитные поля измерены [16]. Эти звёзды характеризуются изменением их блеска во времени, и этот период для них тоже измерен. В настоящее время нет полной ясности с внутренними причинами наблюдающегося изменения блеска. Но если изменение блеска, вызванное некими внутренними причинами, будет происходить неоднородно по поверхности звезды, то измеряемый период изменения блеска будет зависеть от скорости вращения звезды. Можно думать, что при относительно быстром вращении звезды видимое изменение блеска будет в основном определяться этим вращением. Чтобы проверить это предположение, сравним полученную расчетную зависимость (9.11) с данными измерений [16] (см. рис. 9.2). При этом, очевидно, не следует ожидать очень хорошего совпадения расчетов с данными наблюдений, т.к. при расчете рассматривается сферически симметричная модель, а данные наблюдений берутся для звёзд, где такая симметрия явно нарушена. Поэтому получающееся согласие по порядку величины можно считать вполне удовлетворительным.

Следует отметить, что и в случае Солнца формула (9.11) работает плохо. Поверхность Солнца вращается с периодом $T \approx 25 \div 30$ суток. При такой скорости вращения звезды ее поле, вычисленное по формуле (9.11), должно быть порядка 1 кОе, в то время как дипольное поле Солнца, по оценкам экспертов, примерно в 20 раз меньше. Причин для этого может быть несколько.

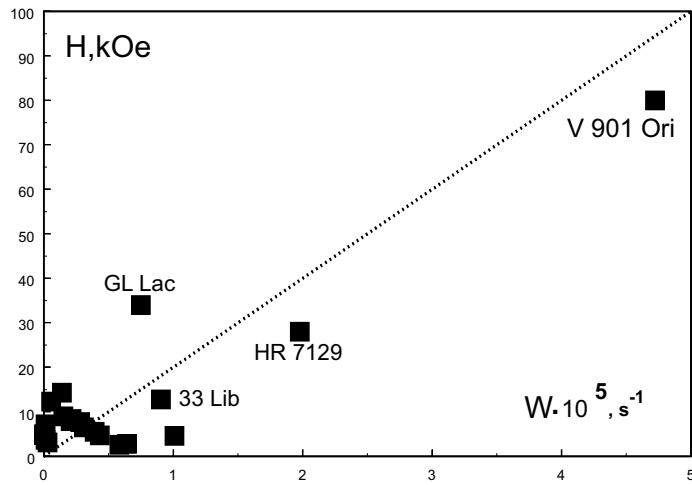


Рис. 9.2: Зависимость магнитного поля Ap-звёзд от скорости их вращения [16]. Линия соответствует (9.11). По абсциссе - произведение $\Omega \cdot 10^5$ в s^{-1} , по ординате - магнитное поле в kOe .

Глава 10

Вращение периастров тесных звёздных пар

10.1 Вращение апсид тесных пар звёзд

Вращение линий апсид в тесных двойных звёздных системах есть результат отклонения движения этих звёзд от законов Кеплера, происходящего из-за несферичности распределения вещества внутри них. Главной причиной возникновения несферичности является собственное вращение звёзд. Впервые теория этого эффекта была создана А.Клеро (A.Clairault) в начале XVIII века. В настоящее время известно около полусотни тесных двойных звёзд, вращение периастров которых измерено. При этом, согласно теории, базирующейся на вычислениях Клеро, оказывается, что, если бы вещество внутри звёзд было бы распределено равномерно, то вращение периастров этих звёзд должно было бы происходить примерно в сто раз быстрее. Наоборот, если бы все вещество звёзд было бы сосредоточено в их центрах, то вращение периастров вообще отсутствовало. Согласовать теорию с наблюдениями можно, если предположить, что плотность звёздного вещества возрастает по мере приближения к центру и достигает там величины примерно в сто раз большей, чем усредненная плотность по всему объёму звезды. Именно такое возрастание плотности следует из стандартных моделей звёздного интерьера, и поэтому считается, что вращение апсид тесных звёздных пар качественно доказывает их правильность. Однако количественного соответствия для конкретных звёзд можно достигнуть только путем подбора параметров их внутреннего строения индивидуально для каждой пары.

Рассмотрим эту задачу с учетом электрической поляризации. При этом ролью атмосферы, имеющей малую плотность, можно пренебречь. Из-за значительной

концентрации вещества внутри ядра звезды можно считать, что определяющую роль в рассматриваемом эффекте будет играть изменение форм ядер звёзд, вращающихся вокруг своих осей.

За счет своего вращения вокруг оси ядро звезды приобретает форму сплюснутого эллипсоида вращения, и это вызывает дополнительные силы, приводящие к изменению ее скорости по эллиптической орбите. В соответствии с [7],[17] отношение угловой скорости вращения периастра ω , возникающего за счет действия этого механизма, к угловой скорости вращения вокруг оси Ω равно:

$$\frac{\omega}{\Omega} = \frac{3}{2} \frac{(I_A - I_C)}{Ma^2}. \quad (10.1)$$

Здесь I_A и I_C - моменты инерции относительно главных осей эллипсоида. Их разность

$$I_A - I_C = \frac{M}{5}(a^2 - c^2), \quad (10.2)$$

здесь a и c - экваториальный и полярный радиусы звезды. В результате получается

$$\frac{\omega}{\Omega} \approx \frac{3}{10} \frac{(a^2 - c^2)}{a^2}. \quad (10.3)$$

10.2 Равновесная форма ядра вращающейся звезды

В отсутствии вращения уравнение равновесия плазмы в ядре было получено ранее (6.4). Перепишем его в виде

$$\gamma \mathbf{g}_G + \rho_G \mathbf{E}_G = 0, \quad (10.4)$$

приписав индекс G соответствующим величинам, чтобы отметить, что их происхождение вызвано действием гравитации, имея в виду при этом, что $div \mathbf{g}_G = 4\pi G \gamma$, $div \mathbf{E}_G = 4\pi \rho_G$ и $\rho_G = \sqrt{G}\gamma$.

Можно предположить, что при вращении под действием центробежного ускорения \mathbf{g}_Ω , могут в плазме возникнуть дополнительные электрические заряды с плотностью ρ_Ω и дополнительное электрическое поле \mathbf{E}_Ω . В этом случае уравнение равновесия приобретет вид:

$$(\gamma_G + \gamma_\Omega)(\mathbf{g}_G + \mathbf{g}_\Omega) = (\rho_G + \rho_\Omega)(\mathbf{E}_G + \mathbf{E}_\Omega), \quad (10.5)$$

здесь

$$div (\mathbf{E}_G + \mathbf{E}_\Omega) = 4\pi(\rho_G + \rho_\Omega) \quad (10.6)$$

или

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_\Omega = 4\pi\rho_\Omega. \quad (10.7)$$

Будем искать решение этого уравнения в форме

$$\varphi = C_\Omega r^2(3\cos^2\theta - 1) \quad (10.8)$$

или для декартовых координат

$$\varphi = C_\Omega(3z^2 - x^2 - y^2 - z^2), \quad (10.9)$$

здесь C_Ω - константа.

Таким образом

$$E_x = 2 C_\Omega x, \quad E_y = 2 C_\Omega y, \quad E_z = -4 C_\Omega z \quad (10.10)$$

и с учетом

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_\Omega = 0 \quad (10.11)$$

получаются важные равенства:

$$\rho_\Omega = 0; \quad (10.12)$$

$$\gamma g_\Omega = \rho \mathbf{E}_\Omega. \quad (10.13)$$

Действие центробежного ускорения должно быть уравновешено электрической силой

$$\gamma 2\Omega^2 x = \rho 2C_\Omega x, \quad (10.14)$$

т.е.

$$C_\Omega = \frac{\gamma \Omega^2}{\rho} = \frac{\Omega^2}{\sqrt{G}}. \quad (10.15)$$

Электрический потенциал шара, внутри которого однородно распределен положительный заряд,

$$\varphi(r) = \frac{Q}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right). \quad (10.16)$$

Компенсирующий поверхностный отрицательный заряд индуцирует внутри шара потенциал

$$\varphi(R) = -\frac{Q}{R}, \quad (10.17)$$

где, в соответствии с (10.4), $Q = \sqrt{GM}$, и M - масса ядра.

Полный потенциал внутри рассматриваемого ядра

$$\varphi_{\Sigma} = \frac{\sqrt{GM}}{2R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\Omega^2}{\sqrt{G}} r^2 (3\cos^2\theta - 1). \quad (10.18)$$

Так как потенциал должен быть равен нулю на поверхности ядра, при $r = a$ и $r = c$

$$\varphi_{\Sigma} = 0. \quad (10.19)$$

и мы получаем уравнение, описывающее равновесную форму ядра вращающейся звезды (при $\frac{a^2 - c^2}{a^2} \ll 1$)

$$\frac{a^2 - c^2}{a^2} \approx \frac{9}{2\pi} \frac{\Omega^2}{G\gamma}. \quad (10.20)$$

10.3 Угловая скорость вращения аписид

Принимая во внимание равенство (10.20), получаем

$$\frac{\omega}{\Omega} \approx \frac{27}{20\pi} \frac{\Omega^2}{G\gamma}. \quad (10.21)$$

Так как суммарная скорость вращения периастра создается за счет вклада обеих звёзд тесной звёздной пары, это равенство преобразуется к виду

$$\frac{\omega}{\Omega} \approx \frac{27}{20\pi} \frac{\Omega^2}{G} \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right), \quad (10.22)$$

здесь γ_1 и γ_2 - плотности звёздных ядер:

$$\gamma = \frac{16}{9\pi^2} \frac{A}{Z} m_p \frac{Z^3}{a_B^3}. \quad (10.23)$$

Если ввести период орбитального вращения звёзд $\mathcal{P} = \frac{2\pi}{\Omega}$ и период вращения периастров $\mathcal{U} = \frac{2\pi}{\omega}$, то из (10.21) следует

$$\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{U}} \left(\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{T}} \right)^2 \approx \sum_1^2 \xi_i, \quad (10.24)$$

здесь

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{243}{80} \frac{\pi^3}{G}} \tau_0 \approx 10\tau_0, \quad (10.25)$$

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{a_B^3}{G m_p}} \approx 7.7 \cdot 10^2 \text{ sec} \quad (10.26)$$

и

$$\xi_i = \frac{Z_i}{A_i(Z_i + 1)^3}. \quad (10.27)$$

10.4 Сравнение вычисленных значений скорости вращения периастров с данными наблюдений

Поскольку равновесная плотность вещества внутри ядра (Eq.(10.23)) примерно пропорциональна квадрату заряда атомных ядер, вращение периастронов звёзд, плазма которых состоит из ядер с высокими Z , будет очень медленным. Поэтому, в соответствии с равенством (10.24), возможно измерить апсидальное движение только тех звёзд, которые состоят из легких атомных ядер. Величина $\xi = Z/[AZ^3]$ в (10.24) равна $1/8$ для водорода, 0.0625 для дейтерия, $1.85 \cdot 10^{-2}$ для гелия. Следует заметить, что суммарная величина вращения апсид создается вкладами обеих звёзд. Возможные комбинации пар и величины $\sum_1^2 \xi_i$ для двойных звёзд, состоящих из легких элементов, представлены в таблице (10.4).

star1 composed of	star2 composed of	$\xi_1 + \xi_2$
H	H	.25
H	D	0.1875
H	He	0.143
H	hn	0.125
D	D	0.125
D	He	0.0815
D	hn	0.0625
He	He	0.037
He	hn	0.0185

Здесь обозначение "hn" указывает, что звезда состоит из тяжелых ядер. Периоды апсидального вращения измерены для нескольких десятков тесных звёздных пар [11]. Чтобы сравнить результаты приведенных выше вычислений с данными измерений, на рис.10.1 показано распределение тесных звёздных пар по параметру $(P/U)(P/T)^2$. Линии на этом рисунке соответствуют параметру $\sum_1^2 \xi_i$ для разных типов пар в соответствии с равенством 10.27. Нетрудно видеть, что вычисленные величины движения периастронов удовлетворительно согласуются с данными измерений.

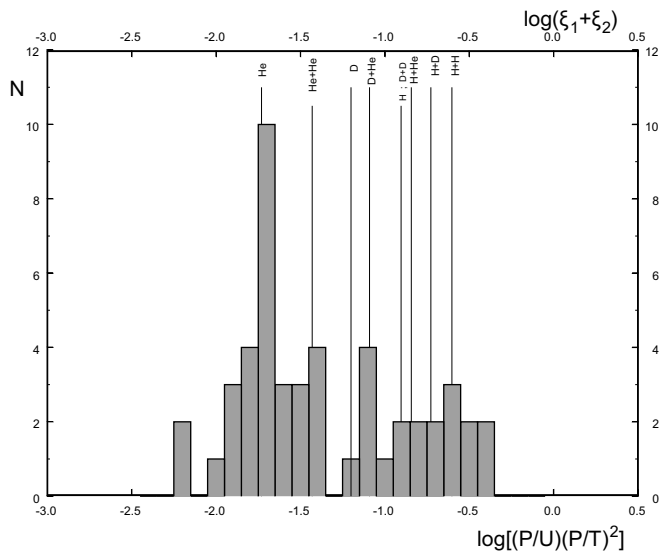


Рис. 10.1: Распределение параметра $(P/U)(P/T)^2$, характеризующего вращение периастров тесных двойных пар [11]. Линиями на этом рисунке показаны величины $\sum_1^2 \xi_i$ для различных сочетаний атомных ядер в соответствии с равенством 10.27

Глава 11

Спектр собственных колебаний солнечной поверхности

11.1 Спектр солнечных сейсмических колебаний

Колебания солнечной поверхности были обнаружены в начале 60-х годов американскими астрономами Р.Лейтоном, Р.Нойсом и Дж.Саймоном. Они наблюдали цуги квазипериодических колебаний в солнечной фотосфере с периодом около пяти минут.

Регистрируют солнечные осцилляции, как правило, путем измерения доплеровских скоростей на поверхности Солнца. Амплитуды колебаний по солнечным масштабам весьма малы (сантиметры в секунду), однако вполне обнаружимы спектральными оптическими методами. Современные наблюдения с высоким пространственным разрешением видимого диска Солнца позволяют выделять целый спектр солнечных осцилляций. Колебания удается регистрировать и в интенсивности солнечного излучения, где они имеют относительную амплитуду порядка 10^{-6} . Благодаря специальным прецизионным инструментам, разработанным для наблюдения солнечных осцилляций, в ходе обширных научных программ зарегистрированы многие тысячи частот различных мод солнечных колебаний. И измерены они с почти фантастической для астрофизики относительной точностью — до 10^{-5} .

Таким образом, измерения показывают, что поверхность Солнца подвержена колебаниям, наиболее интенсивные из которых имеют период порядка 5 минут и

длину волны около 10^4 км, составляющую порядка сотой доли солнечного радиуса.

Считается, что осцилляции поверхности представляют собой наложение большого числа различных мод резонансных акустических колебаний.

Предполагается, что распространяясь по различным траекториям в недрах, акустические волны многократно отражаются от поверхности. При этих отражениях траектория волны может оказаться замкнутой, и тогда в результате интерференции образуется стоячая волна, таким образом образуется одна из мод акустических колебаний. Специфика колебаний сферического тела описывается разложением их в ряд по сферическим функциям. Такие колебания могут иметь разное число узлов по радиусу (n) и различное распределение амплитуд по поверхности, которое определяется степенью (l) сферической гармоники. Спектр солнечных колебаний может быть описан путем разложения в такой ряд [8]:

$$\nu_{nlm} \simeq \Delta\nu_0 \left(n + \frac{l}{2} + \epsilon_0 \right) - l(l+1)D_0 + m\Delta\nu_{rot}. \quad (11.1)$$

Основной вклад создает первое слагаемое, которое определяет большее спектральное расщепление (рис.11.1b)

$$\Delta\nu = \nu_{n+1,l} - \nu_{n,l}. \quad (11.2)$$

Малое расщепление линий (рис.11.1b) определяется равенством

$$\delta\nu_l = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l+2} \approx (4l+6)D_0. \quad (11.3)$$

Вполне хорошее согласие с наблюдениями, по крайней мере в центральной части спектра, получается при

$$\Delta\nu_0 = 120 \mu Hz, \quad \epsilon_0 = 1.2, \quad D_0 = 1.5 \mu Hz, \quad \Delta\nu_{rot} = 1 \mu Hz. \quad (11.4)$$

если брать число l , определяющее число волн, укладывающихся на поверхности, равным примерно 100.

Разложение по сферическим гармоникам позволяет описать спектр солнечных колебаний с вполне удовлетворительной точностью. Однако, несмотря на полученное согласие, использовать это описание спектра для проверки моделей звёздного интерьера невозможно, хотя бы потому, что получить подходящие значения параметров $\Delta\nu_0$, ϵ_0 , D_0 и $\Delta\nu_{rot}$ из теоретических моделей не удастся.

Их приходится включать в систему рассуждений как четыре *независимых подгоночных* параметра, подходящий подбор которых дает удачное описание центральной части спектра, но никакой физики за ним не стоит. Астрофизики считают, что *«процесс подбора модели осложнен тем, что в ее построение закладывается немало качественных и количественных допущений; возможных источников расхождений достаточно, а расчет эволюционных моделей и частот их колебаний с хорошей точностью превращается в весьма громоздкую вычислительную задачу. По мере накопления и уточнения*

наблюдательных данных становилось ясно, что простым подбором модели проблему не решить. Наблюдательная гелиосейсмология значительно опередила гелиосейсмологию теоретическую (это положение сохраняется и сейчас). » ¹

Таким образом, существующая трактовка измеренного спектра колебаний путем разложения по сферическим гармоникам не проясняет физику механизма солнечных колебаний. Она не содержит ответа на вопрос: почему реально возбуждаются колебания, как кажется, вблизи сотой гармоники и нет стоячих волн гармониках, которые можно считать более низкими? Измеренные спектральные линии очень узки (см.рис 11.1), значит, колеблющаяся система очень добротна. Поэтому, казалось бы, должна возбуждаться первая гармоника или целый букет начальных гармоник, а если система выбирает только одну, но не первую, а очень высокую (примерно сотую), то это должен обеспечить специальный физический механизм, который очень важен для понимания физики явления. Но даже намек на него имеющееся рассмотрение не дает. Важно, что к настоящему времени получены результаты измерений солнечных осцилляций двумя различными методиками. Эти измерения дали результаты, которые на первый взгляд кажутся значительно отличающимися. Спектр солнечных колебаний, полученный в рамках программы "BISON показан на рис.(11.1)) [9]. Исследователи в рамках этой программы, видимо, ставили перед собой задачу получить спектр с максимально возможным разрешением. Они достигли этого, естественно, в соответствии с теоремой Лиувилля с потерей светосилы установки. Поэтому полученный ими спектр содержит линии с малым счетом в каждом канале. Как результат, не все линии спектра оказались статистически хорошо проработанными.

Спектр, полученный в рамках программы "SOHO/GOLF"[19], наоборот, не характеризуется высоким разрешением, но зато содержит информацию об общем характере солнечных колебаний (Рис.11.2)).

Существование такого спектра требует сосредоточения внимания на объяснении физики и механизма солнечных осцилляций. При этом теоретическое объяснение должно давать ответы как минимум на четыре вопроса, связанных с особенностями спектра:

1. Почему весь спектр состоит из большого числа равноудаленных спектральных линий?
2. Почему центральная частота этого спектра $\mathcal{F} \approx 3.23 \text{ mHz}$?
3. Почему расщепление линий в этом спектре соответствует частоте $f \approx 67.5 \text{ } \mu\text{Hz}$?
4. Почему интенсивность расщепленных линий спектра примерно линейно уменьшается по мере отступления от центральной частоты \mathcal{F} к периферии спектра?

Причина неудачи придания физического смысла полученному описанию измеряемого спектра в виде разложения по сферическим гармоникам в первую очередь кроется в том, что при этом рассматриваются колебания всей массы

¹С. В. Воронцов, «Земля и Вселенная», № 2,1992.

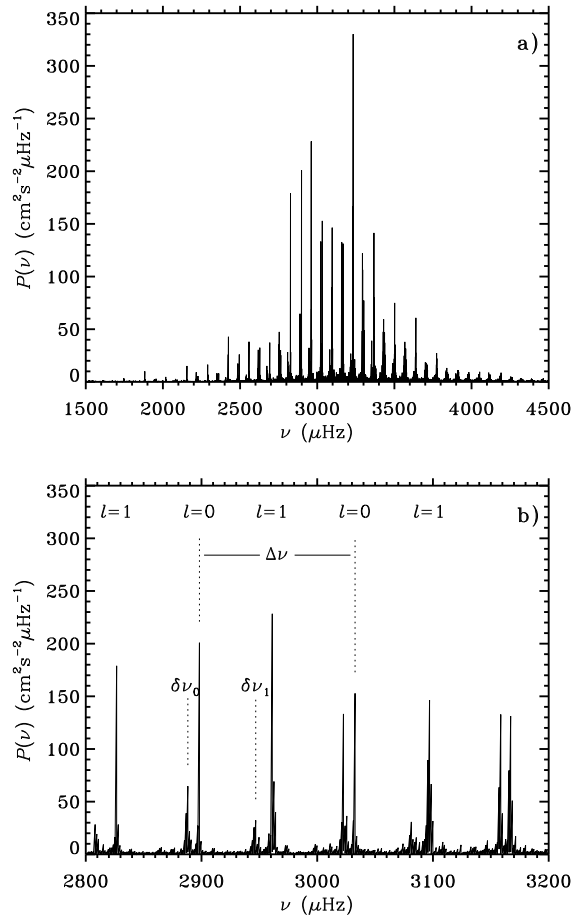


Рис. 11.1: (a) Спектр солнечных осцилляций, полученный измерением доплеровских скоростей в излучении, интегрированном по солнечному диску. Данные группы BISON [9]. (b) Центральный участок того же спектра.

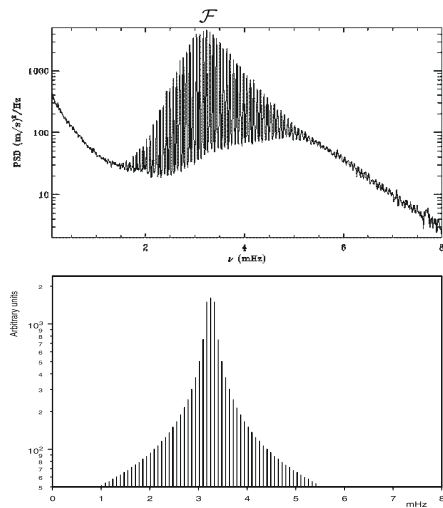


Рис. 11.2: (a) Спектр солнечных осцилляций. Данные получены в рамках программы "SOHO/GOLF"[19]. (b) - спектр, вычисленный по формуле (11.27) при $A/Z = 5$ и $Z = 3.4$.

Солнца. При существующем разделении звезды на ядро и атмосферу нетрудно сообразить, что в первую очередь колебаниям будет подвержено плотное ядро звезды. При этом основной модой должны быть колебания ядра, при которых осциллирует его радиус при неизменной сферической форме ядра. Это наиболее низколежащее колебание, его частота:

$$\Omega_s \approx \frac{c_s}{R_*}, \quad (11.5)$$

где c_s - скорость звука в ядре.

Нетрудно получить численную оценку этой частоты по порядку величины.

Предполагая, что скорость звука в плотной среде порядка 10^7 cm/s и радиус ядра порядка $\frac{1}{10}$ наружного радиуса звезды, т.е. порядка 10^{10} cm , в результате получаем частоту

$$F = \frac{\Omega_s}{2\pi} \approx 10^{-3} \text{ Hz}. \quad (11.6)$$

Отсюда можно сделать вывод, что измеряемые частоты по порядку величины соответствуют основной моде колебаний ядра. Рассмотрим этот механизм подробнее.

11.2 Скорость звуковых колебаний в горячей плазме

Давление высокотемпературной плазмы образуется двумя слагаемыми - давлением самой плазмы (давлением идеального газа) и давлением излучения:

$$P = n_e kT + \frac{\pi^2}{45h^3 c^3} (kT)^4. \quad (11.7)$$

Энтропия высокотемпературной плазмы:

$$S = \frac{1}{\frac{A}{Z} m_p} \ln \frac{(kT)^{3/2}}{n_e} + \frac{4\pi^2}{45h^3 c^3 n_e} (kT)^3. \quad (11.8)$$

Скорость звука c_s в плазме может быть выражена якобианом [12]:

$$c_s^2 = \frac{D(P, S)}{D(\gamma, S)} = \frac{\left(\frac{D(P, S)}{D(n_e, T)} \right)}{\left(\frac{D(\gamma, S)}{D(n_e, T)} \right)} \quad (11.9)$$

или

$$c_s = \left\{ \frac{5}{9} \frac{kT}{A/Z m_p} \left[1 + \frac{2 \left(\frac{4\pi^2}{45h^3 c^3} \right)^2 (kT)^6}{5n_e \left[n_e + \frac{8\pi^2}{45h^3 c^3} (kT)^3 \right]} \right] \right\}^{1/2}. \quad (11.10)$$

При $T = T_*$ и $n_e = n_*$ имеем:

$$\frac{4\pi^2 (kT_*)^3}{45\hbar^3 c^3 n_*} \approx 0.18, \quad (11.11)$$

и окончательно:

$$c_s = \left\{ \frac{5}{9} \frac{T_*}{(A/Z)m_p} [1.01] \right\}^{1/2} \approx 3.14 \cdot 10^7 \left(\frac{Z}{A/Z} \right)^{1/2} \text{ cm/s}. \quad (11.12)$$

11.3 Основная мода упругих колебаний сферического ядра

Плотная высокотемпературная плазма, из которой состоит ядро звезды, является сжимаемой средой и поэтому основной модой колебаний ядра являются радиальные колебания, при которых сохраняется его сферическая форма. Для описания этого типа колебаний введем потенциал ϕ для поля скоростей радиальных смещений $v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r}$. При этом уравнение движения сведется к волновому уравнению, выражаемому через ϕ [12]:

$$c_s^2 \Delta \phi = \ddot{\phi}, \quad (11.13)$$

и сферическая производная для периодических колебаний ($\sim e^{-i\Omega_s t}$) запишется в виде:

$$\Delta \phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = -\frac{\Omega_s^2}{c_s^2} \phi. \quad (11.14)$$

Это уравнение имеет конечное решение во всей области ядра, включая его центр:

$$\phi = \frac{\mathcal{A}}{r} \sin \frac{\Omega_s r}{c_s}, \quad (11.15)$$

где \mathcal{A} - константа. Для колебаний малой амплитуды, когда смещение поверхности ядра u_R мало ($u_R/\mathbb{R}_* = v_R/\Omega_s \mathbb{R}_* \rightarrow 0$), получим уравнение:

$$\text{tg} \frac{\Omega_s \mathbb{R}_*}{c_s} = \frac{\Omega_s \mathbb{R}_*}{c_s}, \quad (11.16)$$

которое имеет решение:

$$\frac{\Omega_s \mathbb{R}_*}{c_s} \approx 4.49. \quad (11.17)$$

С учетом (11.12), основная частота радиальных упругих колебаний ядра получается равной

$$\Omega_s = 4.49 \frac{c_s}{\mathbb{R}_*} \approx 4.49 \left\{ 1.4 \left[\frac{Gm_p}{r_B^3} \right] \left(\frac{A}{Z} \right) Z^3 \right\}^{1/2}. \quad (11.18)$$

Нетрудно видеть, что эта частота зависит только от химического состава звёздного ядра - от Z и A/Z . Некоторые значения частот радиальных колебаний $\mathcal{F} = \Omega_s/2\pi$ для различных A/Z и Z приведены в третьей колонке таблицы (11.3).

Таблица (11.3)

Z	A/Z	\mathcal{F}, mHz (вычислено по (11.18))	звезда	\mathcal{F}, mHz измерено
1	1	0.23	$\xi Hydrae$	~ 0.1
1	2	0.32	$\nu Indus$	0.3
2	2	0.9	$\eta Bootis$	0.85
2	3	1.12	The Procion ($A\alpha CMi$)	1.04
			$\beta Hydrae$	1.08
3	4	2.38	$\alpha Cen A$	2.37
3	5	2.66		
3.4	5	3.24	The Sun	3.23
4	5	4.1		

Из распределения звёзд по массе (рис.7.1) следует, что отношение A/Z для Солнца должно быть близко к 5. Это согласуется с вычисленной частотой колебаний ядра при среднем заряде $Z \approx 3.4$. Такие атомные ядра нейтронно-избыточны и β -радиоактивны в "земных" условиях. Но их стабильное существование внутри звёзд не должно вызывать удивления в связи с тем, что электронный газ в плазме "мешает" вылету распадных электронов из ядер (см. главу 12), придавая им стабильность.

11.4 Низкочастотные колебания плотности горячей нейтральной плазмы

Равновесная плотность горячей плазмы n_* соответствует минимуму ее энергии и устойчивому состоянию. Локальные отклонения от этой плотности вызовут механизм колебаний вблизи этого значения, т.к. плазма будет стремиться вернуться в устойчивое состояние. Рассмотрим малые периодические колебания радиуса ядра

$$R = \mathbb{R}_* + u \sin \omega t. \quad (11.19)$$

Пусть радиальные смещения частиц плазмы ($u_R \ll \mathbb{R}$) малы. Процесс колебаний тогда может быть описан уравнением

$$\frac{d\mathcal{E}}{dR} = M_* \ddot{R}. \quad (11.20)$$

Здесь \mathcal{E} - энергия плазменного тела. При таких колебаниях плотность частиц

$$n = \frac{N_*}{\frac{4\pi}{3} \mathbb{R}_*^3} \left(1 + 3 \frac{u}{\mathbb{R}_*} \sin \omega_{n_*} t \right). \quad (11.21)$$

Введя обозначение

$$\delta n = 3n_* \frac{u}{\mathbb{R}_*} \sin \omega_{n_*} t, \quad (11.22)$$

можем записать

$$\delta \mathcal{E} = \frac{N_*}{6} \left(\frac{e^2}{a_0} \right)^{3/2} \frac{Z^3}{(\pi k T_*)^{1/2}} \left(\frac{\delta n}{n_*} \right)^2 \quad (11.23)$$

и получить

$$\omega_{n_*}^2 = \frac{3}{\pi^{1/2}} \left(\frac{e^2}{r_B} \right)^{3/2} \frac{Z^3}{(k T_*)^{1/2} (A/Z) m_p \mathbb{R}_*^2} \quad (11.24)$$

или

$$\omega_{n_*} = \left\{ \frac{2^8}{3^5} \frac{\pi^{1/2}}{10^{1/2}} \alpha^{3/2} \left[\frac{G m_p}{a_B^3} \right] \frac{A}{Z} Z^{4.5} \right\}^{1/2}, \quad (11.25)$$

Эти низкочастотные колебания, возникающие в нейтральной плазме при отклонении ее плотности от равновесного значения, можно рассматривать как некое подобие фононов в твердых телах. При таких колебаниях возможно существование возбуждений с кратными частотами $\kappa \omega_{n_*}$. Их мощность уменьшается пропорционально $1/\kappa$, т.к. заселенность соответствующих уровней энергетического спектра обратно пропорциональна их энергии $\kappa \hbar \omega_{n_*}$. Как результат, низкочастотные колебания плотности плазмы сформируют спектр

$$\sum_{\kappa=1} \frac{1}{\kappa} \sin(\kappa \omega_{n_*} t). \quad (11.26)$$

11.5 Спектр колебаний солнечного ядра

Низкочастотные колебания плотности могут индуцироваться звуковыми колебаниями ядра с частотой Ω_s . При этом колебания частиц вещества с этой основной частотой окажется модулированными:

$$u_R \sim \sin \Omega_s t \cdot \sum_{\kappa=0} \frac{1}{\kappa} \sin \kappa \omega_{n_*} t \sim \xi \sin \Omega_s t + \sum_{\kappa=1} \frac{1}{\kappa} \sin (\Omega_s \pm \kappa \omega_{n_*}) t, \quad (11.27)$$

здесь ξ коэффициент ≈ 1 . Спектр таких колебаний показан на рис.(11.2).

Центральная частота в измеренном спектре солнечных колебаний

$$\mathcal{F}_\odot \approx 3.23 \text{ mHz}, \quad (11.28)$$

и расщепление между линиями в этом спектре

$$f_\odot \approx 68 \text{ } \mu\text{Hz} \quad (11.29)$$

(рис.11.1)). Хорошее согласие с этими результатами дает расчет по формулам (11.18) и (11.24), если положить $A/Z = 5$ и $Z = 3.4$. При этом вычисленные значения базовых частот получаются равными

$$\mathcal{F}_{z=3.4; \frac{A}{Z}=5} = \frac{\Omega_s}{2\pi} = 3.24 \text{ mHz}; \quad f_{z=3.4; \frac{A}{Z}=5} = \frac{\omega_{n_*}}{2\pi} = 68.1 \text{ }\mu\text{Hz}. \quad (11.30)$$

Глава 12

Дополнение: Механизм стабилизации нейтронно-избыточных ядер, действующий в плазме.

12.1 Нейтронно-избыточные ядра и механизм нейтронизации

Распределение звёзд по массе (рис.7.1) указывает на то, что плазма внутри многих звёзд состоит из нейтронно-избыточных ядер с $A/Z = 3, 4, 5$ и т.д. Такие ядра в "земных" условиях радиоактивны. Так в "земных" условиях изотопы водорода 4_1H , 5_1H , 6_1H , ... имеют весьма короткое время полураспада и эммитируют частицы с энергией несколько большей 20 Мэв. При распаде изотопов гелия 6_2He , 8_2He , ${}^{10}_2He$ энергия вылетающих электронов меньше, а время полураспада доходит почти до секунды.

Но звёзды живут миллиарды лет и за это время линейчатый спектр масс не размывается. Поэтому следует думать, что должен существовать какой-то механизм, приводящий к стабилизации радиоактивных ядер внутри звёзд. Такой механизм хорошо известен - это механизм нейтронизации [12]§106. Принято считать, что этот механизм характерен для карликов, плотность электронного газа внутри которых достигает величины порядка $n_e \approx 10^{30}$ частиц в куб. см., а

давление релятивистского электронного газа

$$P \approx \hbar c \cdot n_e^{4/3} \approx 10^{23} \text{ dyne/cm}^2. \quad (12.1)$$

Считается, что в горячих звёздах, где плотности и давления на несколько порядков меньше, этот механизм работать не должен.

Ниже возможность реализации эффекта нейтронизации в плотной плазме рассмотрена подробно.

При этом следует иметь в виду, что имеются особенности спектра масс звёзд (рис.7.1), которые при последующем рассмотрении должны найти объяснение.

Во-первых, из этого спектра видно, что звёзд с A/Z точно равным 2 совсем немного. Возникает вопрос: почему так мало звёзд, плазма которых состоит из очень стабильных ядер гелия-4? В то же время, наблюдается много звёзд с $A/Z = 4$, т.е. состоящих, видимо, из водорода-4, а также звёзд с $A/Z = 3/2$, которые гипотетически могли бы состоять из другого изотопа гелия - гелия-3.

12.2 Электронное облако в плазменной ячейке

Общепринято рассматривать плотную плазму разделенной на ячейки, заполненные электронным газом, в центре которых находятся положительно заряженные атомные ядра [15].

Такая конструкция ячейки с точки зрения классической механики является нестабильной, потому что подвержена "термодинамически выгодному" падению разноименных зарядов друг на друга. Один из путей для того, чтобы избежать расходимости в соответствующих теориях, описывающих этот процесс, состоит в искусственном обрезании на малых расстояниях интегралов, описывающих энергию взаимодействия частиц, например, представляя ядра твердыми шариками конечного радиуса.

Однако, корректнее, конечно, вести это рассмотрение с учетом законов квантовой механики, согласно которым электрон не может подойти к ядру ближе, чем его собственная длина волны де Бройля λ_e .

Рассмотрим поведение электронного газа внутри плазменной ячейки. Если выразить число электронов в объеме V через их плотность n_e , то максимальное значение электронного импульса [12]:

$$p_F = (3\pi^2 n_e)^{1/3} \hbar. \quad (12.2)$$

Это равенство справедливо как для нерелятивистского электронного газа, так и для релятивистского.

Кинетическая энергия электронного газа может быть найдена из общего выражения для энергии системы ферми-частиц, заполняющей объем V [12]:

$$\mathcal{E} = \frac{Vc}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^{p_F} p^2 \sqrt{m_e^2 c^2 + p^2} dp. \quad (12.3)$$

Интегрируя это выражение и вычитая энергию покоя, можем вычислить кинетическую энергию электрона:

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{3}{8} m_e c^2 \left[\frac{\xi(2\xi^2 + 1) \sqrt{\xi^2 + 1} - \text{Arcsinh}(\xi) - \frac{8}{3} \xi^3}{\xi^3} \right] \quad (12.4)$$

(где $\xi = \frac{p_F}{m_e c}$).

Потенциальная энергия электрона определяется величиной приложенного к нему электрического поля. Пусть $\varphi(r)$ - электростатический потенциал этого поля, который равен нулю на бесконечности ¹. Учитывая это можно записать баланс энергий электрона

$$\mathcal{E}_{kin}(r) = e\varphi(r). \quad (12.5)$$

Потенциальная энергия электрона, движущегося в электрическом поле ядра, может быть оценена, исходя из Лоренцовых правил преобразования полей [14]§24. Если в лабораторной системе отсчета, где размещен электрический заряд, им создается электрический потенциал φ_0 , то в системе отсчета, движущейся со скоростью v относительно источника поля, потенциал

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (12.6)$$

Поэтому потенциальная энергия электрона в поле ядра может быть записана в виде:

$$\mathcal{E}_{pot} = -\frac{Ze^2}{r} \frac{\xi}{\beta}. \quad (12.7)$$

Здесь

$$\beta = \frac{v}{c}. \quad (12.8)$$

и

$$\xi \equiv \frac{p_F}{m_e c}, \quad (12.9)$$

m_e - масса покоя электрона.

Поэтому можем переписать уравнение баланса энергии (12.5) в виде:

$$\frac{3}{8} m_e c^2 \xi \mathbb{Y} = e\varphi(r) \frac{\xi}{\beta}. \quad (12.10)$$

¹В принципе, если внутри ячейки существует нескомпенсированный электрический заряд, то мы должны были бы добавить его потенциал к потенциалу $\varphi(r)$. Однако мы этого делать не будем, т.к. будем рассматривать только электронейтральную ячейку, в которой заряд ядра точно компенсируется зарядом электронного облака, так что на ее границе электрическое поле уменьшается до нуля

где

$$\mathbb{Y} = \left[\frac{\xi(2\xi^2 + 1)\sqrt{\xi^2 + 1} - \text{Arcsinh}(\xi) - \frac{8}{3}\xi^3}{\xi^4} \right]. \quad (12.11)$$

Откуда

$$\varphi(r) = \frac{3}{8} \frac{m_e c^2}{e} \beta \mathbb{Y}. \quad (12.12)$$

Согласно электростатическому уравнению Пуассона

$$\Delta\varphi(r) = 4\pi e n_e \quad (12.13)$$

или с учетом зависимости электронной плотности от импульса (12.2), получаем

$$\Delta\varphi(r) = \frac{4e}{3\pi} \left(\frac{\xi}{\tilde{\lambda}_C} \right)^3, \quad (12.14)$$

здесь $\tilde{\lambda}_C = \frac{\hbar}{m_e c}$ - радиус Комптона.

Введя обозначение

$$\varphi(r) = \frac{\chi(r)}{r}, \quad (12.15)$$

преобразуем лапласиан к виду

$$\Delta\varphi(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2\chi(r)}{dr^2}. \quad (12.16)$$

Учитывая, что согласно (12.12)

$$\chi(r) = \frac{3}{8} \frac{m_e c^2}{e} \mathbb{Y} \beta r, \quad (12.17)$$

дифференциальное уравнение преобразуется к виду:

$$\frac{d^2\chi(r)}{dr^2} = \frac{\chi(r)}{\mathbb{L}^2}, \quad (12.18)$$

здесь

$$\mathbb{L} = \left(\frac{9\pi}{32} \frac{\mathbb{Y}\beta}{\alpha\xi^3} \right)^{1/2} \tilde{\lambda}_C, \quad (12.19)$$

$\alpha = \frac{1}{137}$ - постоянная тонкой структуры.

Это дифференциальное уравнение имеет решение:

$$\chi(r) = C \cdot \exp\left(-\frac{r}{\mathbb{L}}\right). \quad (12.20)$$

Таким образом, уравнение равновесия электронного газа внутри ячейки (12.10) преобразуется к виду

$$\frac{Ze^2}{r} \cdot e^{-r/\mathbb{L}} = \frac{3}{8} m_e c^2 \beta \Upsilon. \quad (12.21)$$

12.3 Экранировка Томаса-Ферми

. Рассмотрим случай, когда внутри ячейки находится ион, наружная оболочка которого не позволяет плазменному электрону подойти к ядру на расстояние значительно меньшее, чем радиус Бора.

В этом случае движение электрона будет нерелятивистским. При этом $\xi \rightarrow 0$ и кинетическая энергия электрона

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{3}{8} m_e c^2 \xi \Upsilon \rightarrow \frac{3}{5} E_F, \quad (12.22)$$

а длина экранирования

$$\mathbb{L} \rightarrow \sqrt{\frac{\mathcal{E}_F}{6\pi e^2 n_e}}. \quad (12.23)$$

Таким образом, в случае нерелятивистского движения электрона мы получаем экранирование Томаса-Ферми.

12.4 Экранирование в ячейке с релятивистским электроном

В случае, когда ядро «голое», ничто не мешает электрону подойти к нему на предельно малое расстояние λ_{min} , которое ограничивается его собственной де-бройлевской длиной волны. Его движение в этом случае станет релятивистским с $\beta \rightarrow 1$ и $\xi \gg 1$. В этом случае при не слишком малых ξ получаем

$$\Upsilon \approx 2 \left(1 - \frac{4}{3\xi}\right), \quad (12.24)$$

так что при $\xi \gg 1$

$$\Upsilon \rightarrow 2. \quad (12.25)$$

В связи с этим вблизи ядра при $r \rightarrow \lambda_{min}$ уравнение равновесия (12.21) сведется к

$$\lambda_{min} \simeq Z\alpha\lambda_C . \quad (12.26)$$

Поэтому в окрестности ядра плотность электронного газа в слое толщиной λ_{min} может быть определена из условия нормировки.

В каждой ячейке содержится Z электронов, поэтому

$$Z \simeq n_e^\lambda \cdot \lambda_{min}^3 \quad (12.27)$$

Из этого условия следует, что

$$\xi_\lambda \simeq \frac{1}{2\alpha Z^{2/3}} \quad (12.28)$$

Здесь n_e^λ и ξ_λ - плотность электронного газа и относительный импульс электронов на расстоянии λ_{min} от ядра. В соответствии с (12.4) энергия всех Z электронов в плазменной ячейке

$$\mathcal{E} \simeq Z m_e c^2 \xi_\lambda \quad (12.29)$$

Подставляя сюда (12.28), окончательно получаем энергию электронного газа в плазменной ячейке:

$$\mathcal{E} \simeq \frac{m_e c^2}{2\alpha} Z^{1/3} \quad (12.30)$$

Этот слой электронного газа оказывает на ядро давление

$$P \simeq \mathcal{E}^{max} \left(\frac{\xi}{\lambda_C} \right)^3 \approx 10^{23} \text{ dyne/cm}^2 \quad (12.31)$$

т.е. по порядку величины такое же как давление нейтронизации (12.1).

12.5 Нейтронизация

. Рассмотренное выше «прилипание» электрона к ядру в плотной плазме должно привести к явлению нейтронизации ядер, когда это энергетически выгодно. «Прилипший» к ядру электронный слой должен оказывать стабилизирующее воздействие на нейтронно-избыточные ядра, и следует ожидать, что нейтронно-избыточные ядра, нестабильные в веществе с атомным структурой, внутри плотной плазмы распасться не будут. Это обстоятельство объясняет причину стабильного существования звезд с большими отношениями A/Z .

Полученные формулы позволяют ответить на вопросы, связанные с особенностями распределения звёзд по массе (рис.7.1). Численная оценка предельной энергии электронного газа в плазменной ячейке дает:

$$\mathcal{E} \simeq \frac{m_e c^2}{2\alpha} Z^{1/3} \approx 5 \cdot 10^{-5} Z^{1/3} \text{ erg} \quad (12.32)$$

Масса ядра гелия-4 $M({}_2^4\text{He}) = 4.0026 a.e.m.$, в то время как масса ядра водорода-4 $M({}_1^4\text{H}) = 4.0278 a.e.m.$. Дефект массы $\approx 3.8 \cdot 10^{-5} \text{ egr}$. Поэтому с энергетической точки зрения возможна реакция



при которой из электронного газа ядром захватывается электрон, и протон в ядре превращается в нейтрон.

Видимая в спектре масс линия звёзд с $A/Z = 3/2$, может быть отнесена к звёздам, состоящим из ${}_2^3\text{He}$, ${}_4^6\text{Be}$, ${}_6^9\text{C}$ и т.д. Прямым подсчетом нетрудно убедиться, что реакции нейтронизации и превращение ${}_2^3\text{He}$ в ${}_1^3\text{H}$ и ${}_4^6\text{Be}$ в ${}_3^6\text{Li}$ энергетически также выгодны, поэтому ядра ${}_2^3\text{He}$ и ${}_4^6\text{Be}$ должны за счет нейтронизации превратиться в ${}_1^3\text{H}$ и ${}_3^6\text{Li}$, и линия в спектре масс звёзд с $A/Z = 3/2$ не может быть образована этими ядрами. Однако при этом, оказывается энергетически невыгодна реакция



и поэтому можно считать, что звёзды из указанной выше линии массового спектра могут состоять из углерода-9.

Описанный в этой главе механизм нейтронизации, действующий в невырожденной плотной плазме, представляется вполне реалистичным. Однако последнюю ядерную реакцию нейтронизации можно рассматривать только как гипотетическую и требующую дальнейшего более внимательного изучения.

Глава 13

Дополнение: Другие звёзды, их классификация и немного космологии

Диаграмма Шварцшунга-Расселла является общепринятой основой существующей звёздной классификации. Более оправданной с физической точки зрения представляется классификация звёзд по уравнениям состояния их вещества. Это подчеркивается возможностью определить число классов, на которые звёздные объекты Вселенной могут быть разделены.

Всего материя может существовать в восьми состояниях (см.рис.(13.1)).

Атомное вещество при низкой температуре находится в конденсированном (твёрдом или жидком) состоянии. При высокой температуре атомные вещества становятся газами.

Электрон-ядерная плазма может иметь четыре состояния. Она может быть нерелятивистской и релятивистской. Электронный газ нерелятивистской плазмы может быть вырожденным (холодным) и невырожденным (горячим).

Релятивистский электронный газ при температуре ниже T_F будет вырожден.

Очень высокая температура может снять вырождение даже релятивистских электронов (если, конечно, изначально электронный газ не был ультрарелятивистским).

Кроме того, вещество может существовать в состоянии нейтронной материи с плотностью порядка ядерной плотности.

К настоящему времени допущения о возможности существования вещества (в макроскопических количествах) в иных состояниях, чем перечисленные выше, представляются ни на чем не основанными. Поэтому данные состояния указывают на возможность классификации космических тел в соответствии с

	Low T	High T
Atomic substance	Solid body	gas
Plasma $p_F \ll m_e c$	Non-relativistic degenerate	Non-relativistic Non-degenerate
Plasma $p_F \approx m_e c$	relativistic degenerate	relativistic non-degenerate
neutron matter $p_F \approx m_n c$	relativistic degenerate	relativistic non-degenerate

Рис. 13.1: Устойчивые состояния вещества

13.1 Атомное вещество

13.1.1 Малые тела

Малые космические тела, такие как астероиды, спутники планет и сами малые планеты принято считать состоящими из атомного вещества (в твердом состоянии).

13.1.2 Гиганты

Преобразование атомного вещества в плазму может происходить под действием высокого давления, высокой температуры или обеих этих факторов. Если эти факторы внутри космического тела недостаточно велики, атомное строение вещества сохраняется. Основная особенность этого случая состоит в отсутствии электрической поляризации внутри тела.

Если температура в центре тела меньше температуры ионизации атомного вещества, но достаточно велика для его испарения, то уравнение равновесия сведется к

$$-\frac{dP}{dr} = \frac{G\gamma}{r^2} M_r \approx \frac{P}{R} \approx \frac{\gamma}{m_p} \frac{kT}{R}. \quad (13.1)$$

Отсюда радиус космического тела

$$R \approx \frac{GMm_p}{kT}. \quad (13.2)$$

Т.е. если масса тела $M \approx 10^{33} g$, а температура в центре $T \approx 10^5 K$, то его радиус $R \approx 10^2 R_\odot$. Такой радиус тела характерен для гиганта. При этом давление в центре получится порядка $P \approx 10^{10} \text{ din/cm}^2$, что недостаточно для ионизации вещества.

13.2 Плазма

13.2.1 Нерелятивистская плазма.

Нерелятивистская невырожденная плазма. Звёзды

Выше, в предыдущих главах, были рассмотрены свойства звёзд, состоящих из нерелятивистской горячей (т.е. невырожденной) плазмы. Уравнением ее состояния является уравнение идеального газа.

Нерелятивистская вырожденная плазма. Планеты

В ядрах больших планет давления достаточно велики, чтобы превратить вещество в плазму. Т.к. температуры здесь относительно невелики, можно предположить, что такая плазма вырождена:

$$T \ll T_F. \quad (13.3)$$

Давлению, создаваемому силой тяготения в этом случае, должно противостоять давление нерелятивистского вырожденного электронного газа

$$\frac{GM^2}{6RV} \approx \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} \left(\frac{\gamma}{m_p A/Z} \right)^{5/3}. \quad (13.4)$$

Отсюда можно получить величину массы такого тела

$$M \approx M_{Ch} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^{3/2} \left(\frac{\gamma}{m_p} \right)^{1/2} \frac{6^{3/2} 9\pi}{4(A/Z)^{5/2}}. \quad (13.5)$$

При плотности порядка $\gamma \approx 1 \text{ g/cm}^3$, соответствующей средней плотности больших планет, получаем ограничение на их массу

$$M \approx 10^{-3} \frac{M_{Ch}}{(A/Z)^{5/2}} \approx \frac{4 \cdot 10^{30}}{(A/Z)^{5/2}} \text{ g}. \quad (13.6)$$

Таким образом, даже если предположить, что большие планеты состоят из водорода ($A/Z=1$), их масса не должна быть больше примерно $4 \cdot 10^{30} \text{ g}$, что вполне согласуется с массой Юпитера, обладающего самой большой массой из планет Солнечной системы.

13.2.2 Холодное релятивистское вещество

Теорема вириала

Теорема вириала [21] вытекает из самых общих принципов классической и квантовой механики. Она применима к определению свойств равновесной системы взаимодействующих частиц, совершающих движение в ограниченной области пространства. Если потенциальная энергия такой системы $U^{potential}$ имеет структуру, определяющуюся потенциалом взаимодействия частиц

$$\varphi \sim r^\kappa, \quad (13.7)$$

то согласно этой теореме

$$PV = \frac{2}{3} \mathcal{E}^{kinetic} - \frac{\kappa}{3} U^{potential}. \quad (13.8)$$

Здесь $\mathcal{E}^{kinetic}$ - кинетическая энергия частиц в системе. Поэтому в случае частиц с кулоновским взаимодействием при $\kappa = -1$ имеем соотношение

$$PV = \frac{2}{3}\mathcal{E}^{kinetic} + \frac{1}{3}U^{potential}. \quad (13.9)$$

Для частиц с дипольным взаимодействием при $\kappa = -3$

$$PV = \frac{2}{3}\mathcal{E}^{kinetic} + U^{potential}. \quad (13.10)$$

Кинетическая энергия и давление релятивистского вырожденного газа

Рассмотрим систему релятивистских частиц. Кинетическая энергия системы N релятивистских частиц определяется равенством (12.4):

$$\mathcal{E}^{kinetic} = \frac{3}{8}Nmc^2 \left[\frac{\xi(2\xi^2 + 1)\sqrt{\xi^2 + 1} - \text{Arcsinh}(\xi) - \frac{8}{3}\xi^3}{\xi^3} \right] \quad (13.11)$$

здесь $\xi = \frac{p_F}{mc}$, при этом плотность электронного газа:

$$n_e = \frac{p_F^3}{3\pi^2\hbar^3} = \frac{\xi^3}{3\pi^2} \left(\frac{m_e c}{\hbar} \right)^3. \quad (13.12)$$

Давление внутри такой системы

$$P = - \left(\frac{d\mathcal{E}^{kinetic}}{dV} \right)_{s=0} = \frac{mc^2}{8\pi^2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^3 \left[\xi \left(\frac{2}{3}\xi^2 - 1 \right) \sqrt{\xi^2 + 1} + \text{Arcsinh}(\xi) \right]. \quad (13.13)$$

Релятивистская вырожденная электрон-ядерная плазма. Карлики

Для простоты будем полагать, что основная масса релятивистского вещества сосредоточена в ядре релятивистской звезды, где вещество находится под давлением P и распределено равномерно.

Для вырожденной релятивистской плазмы характерно наличие релятивистской электронной подсистемы. При этом ядерная подсистема может быть совсем нерелятивистской.

Потенциальная энергия такой системы, состоящей из N_e электронов, за счет кулоновского взаимодействия с ядрами:

$$U^{potential} \approx -e^2 n_e^{1/3} N_e, \quad (13.14)$$

так что

$$\frac{1}{V} \frac{U^{potential}}{m_e c^2} \approx -\alpha \xi^4 \quad (13.15)$$

(здесь ради упрощения мы полагаем заряд ядра $Z = 1$).

С учетом равенств (13.11)-13.13), из формулировки теоремы вириала получаем, что равновесие в системе должно существовать при условии:

$$\frac{\frac{2}{3} \left[\xi(2\xi^2 + 1)\sqrt{\xi^2 + 1} - \text{Arcsinh}(\xi) - \frac{8}{3}\xi^3 \right] - \alpha\xi^4}{\left[\xi \left(\frac{2}{3}\xi^2 - 1 \right) \sqrt{\xi^2 + 1} + \text{Arcsinh}(\xi) \right]} = 1 \quad (13.16)$$

Численное решение показывает, что это равенство возможно только при $\xi \approx 0.5$.

Звезда, состоящая из такой плазмы, в соответствии с (13.12) должна иметь электронную плотность

$$n_e \approx \cdot 10^{29} \text{ cm}^{-3} \quad (13.17)$$

при этом радиус звезды будет

$$R \approx 10^{-2} R_{\odot} \quad (13.18)$$

Нетрудно видеть, что такая плотность вещества и радиус являются характерными для космических тел, называемых карликами.

Нейтронное вещество. Пульсары

Карлики можно рассматривать как звёзды, внутри которых процесс нейтронизации только набирает силу. Полный переход вещества в нейтронное состояние происходит, когда вещество достигает ядерной плотности.¹ При этом плотность нейтронного вещества:

$$n_n = \frac{p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3} = \frac{\xi^3}{3\pi^2} \left(\frac{m_n c}{\hbar} \right)^3, \quad (13.19)$$

здесь m_n - масса нейтрона. В нейтронном веществе частицы связаны магнитным диполь-дипольным взаимодействием. Потенциальная энергия системы, состоящей из N_n нейтронов и имеющей плотность n_n :

$$U^{potential} \approx -2\mu_n n_n N_n, \quad (13.20)$$

так что

$$\frac{1}{V} \frac{U^{potential}}{m_n c^2} \approx -\alpha \xi^6. \quad (13.21)$$

Здесь $\mu_n \approx \frac{e\hbar}{m_n c}$ - магнитный момент нейтрона.

¹При такой плотности внутри звезды нейтроны и протоны становятся неразличимыми как внутри большего атомного ядра. Это позволяет предполагать возможность гравитационно-индуцированной электрической поляризации.

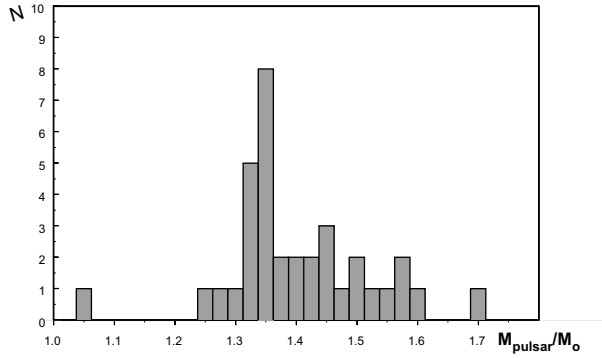


Рис. 13.2: Распределение по массе для пульсаров, входящих в состав звёздных пар [20]. По абсциссе отложен логарифм массы пульсара в единицах солнечной массы.

Использование теоремы вириала приводит к условию существования устойчивости системы, состоящей из нейтронного вещества:

$$\frac{\frac{2}{3} \left[\xi(2\xi^2 + 1)\sqrt{\xi^2 + 1} - \text{Arcsinh}(\xi) - \frac{8}{3}\xi^3 \right] - \alpha\xi^6}{\left[\xi \left(\frac{2}{3}\xi^2 - 1 \right) \sqrt{\xi^2 + 1} + \text{Arcsinh}(\xi) \right]} = 1 \quad (13.22)$$

Численное решение показывает, что это равенство выполняется $\xi \approx 0.5$.

Это позволяет определить равновесную плотность нейтронного вещества $n_* \approx 5 \cdot 10^{38}$ частиц в cm^3 . Как следствие, все нейтронные звёзды должны иметь одинаковую массу приблизительно равную M_{Ch} . На рис.13.2 показано измеренное распределение по массе для пульсаров, входящих в звёздные пары [20], которое можно считать подтверждающим последнее утверждение.

13.2.3 Горячая релятивистская плазма. Квазары

Плазма является горячей, если ее температура больше температуры вырождения. Для нерелятивистской горячей звезды отношение температура

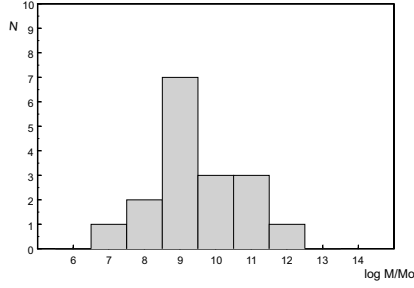


Рис. 13.3: Распределение галактик по массе [4]. по оси абсцисс - логарифм массы галактик в единицах солнечной массы.

плазмы в ядре к ее температуре вырождения (4.23)

$$\frac{T_{\star}}{T_F(n_{\star})} \approx 40 \quad (13.23)$$

Можно предположить, что такое же отношение может быть характерным и для релятивистской горячей звезды. В этом случае давление радиации внутри звезды играет главную роль и уравнение равновесия приобретает форму:

$$\frac{GM^2}{6RV} \approx \frac{\pi^2}{45} \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3} \approx \left(\frac{T}{T_F}\right)^3 kTn. \quad (13.24)$$

В соответствии с этим можно получить оценку массы такого космического тела

$$M_{qu} \approx \left(\frac{T}{T_F}\right)^6 \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2}\right)^{3/2} m_p \approx 10^9 M_{Ch} \quad (13.25)$$

Данные астрономических измерений говорят, что такой массой среди компактных космических тел обладают только квазары. Принято считать, что квазары представляют собой относительно короткий этап развития галактик. Если принять эту гипотезу, то отсутствующую информацию о распределении масс квазаров можно заменить распределением масс галактик [4](рис.13.3). Это распределение качественно согласуется с полученной оценкой массы квазаров и гипотезой о том, что они состоят из релятивистской плазмы.

Конечно, оценка (13.23) весьма произвольна. Поэтому можно ожидать существования квазаров с меньшей температурой и меньшей массой.

Так как равновесная плотность частиц n_r в релятивистской плазме известна (13.17), можно оценить радиус квазара:

$$R_{qu} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{qu}}{n_r m_p}} \approx 10^{12} \text{ cm}, \quad (13.26)$$

что вполне согласуется с оценками характерного размера квазаров, полученных астрономами из измерений периодов изменения их светимости.

13.2.4 О классификации космических объектов

Таким образом, сделав несколько предположений, которые представляются допустимыми, удастся, исходя из уравнений состояния атомного, плазменного и нейтронного вещества, найти характерные параметры космических тел, которые могут состоять из таких веществ. Сопоставляя уравнения состояния вещества с классами космических тел (см. рис. (13.4)), на том основании, что другие типы уравнений состояния неизвестны, представляется разумным предполагать, что все классы космических тел, по-видимому, уже открыты.

13.3 Несколько слов об эволюции звёзд

В этом разделе нет формул, которые могли бы послужить опорой для предположений. Формулы предыдущих разделов тоже не могут помочь в понимании того, как может происходить эволюция звёзд и переход их из одного класса в другой, т.к. формулы были получены для описания их стационарных состояний. Единственным основанием для предположений о возможном ходе превращений звёзд может служить сравнение схем классификации веществ (см. рис. (13.1)) и классификации звёзд (см. рис. (13.4)).

Анализируя эти схемы, кажется возможным сделать допущение, что развитие звёздных объектов идет в сторону понижения их температуры. В свете этого можно предположить, что возможно, существовало еще одно тело, с которого началось это развитие. Действительно, нейтронная материя ядерной плотности (??) не является ультра-релятивистской. При плотности, соответствующей $\rho_F \approx m$ ее давление может зависеть от температуры, если эта температура достаточно высока. Кажется, что нет термодинамического запрета представить себе такую среду при столь высокой температуре, что нейтронный газ будет невырожден. Оценка говорит о том, что удержать его в устойчивом состоянии можно, если масса этого космического тела, состоящего из горячего нейтронного газа ядерной плотности, будет не менее $10^{50} g$ или даже $10^{55} g$. Учитывая, что современная наука оценивает полную массу во Вселенной примерно равной $10^{53} g$, можно допустить, что на ранней стадии развития Вселенной существовало некое тело с такой массой, сформированное нейтронным веществом с ядерной плотностью при температуре выше $10^{12} K$.

	Low T	High T
Atomic substance	asteroid	gaint
Plasma $p_F \ll m_e c$	planet	star
Plasma $p_F \approx m_e c$	dwarf	quasar
neutron matter $p_F \approx m_n c$	pulsar	?

Рис. 13.4: Классификация космических объектов

Внутри него таким образом была сосредоточена вся масса наблюдаемой Вселенной. При такой массе и плотности это тело должно было быть черной дырой, удерживающей излучение внутри себя. Тем не менее с течением времени какой-то механизм понизил его температуру. В результате оно потеряло стабильность и вынуждено было распасться на квазары с массой до $10^{12} M_{Ch}$, составленные плазмой с невырожденной релятивистской электронной компонентой (и горячей ядерной компонентой) при $T > 10^{10} K$. При таком сценарии наблюдаемое разбегание галактик должно быть следствием этого распада, и потому сам распад естественно связать с гипотезой Большого взрыва. Дальнейшее понижение температуры привело к распаду квазаров на галактики, состоящие их звезд с массой $M \approx M_{Ch}$, температурой ядра $T \approx 10^7 K$, составленные из нерелятивистской горячей плазмы. Дальнейшее понижение температуры может привести звезды к превращению либо в карлики, либо нейтронные звезды, либо к распаду на планеты и другие мелкие космические объекты. Вещество, составляющее эти объекты, состоит из вырожденного электронного газа и холодной ядерной компоненты (или холодной нейтронной среды), и это делает эти объекты стабильными в расширяющейся и охлаждающейся Вселенной.² При этом важно подчеркнуть, что электрическая поляризация в гравитирующем теле исключает возможность гравитационного коллапса на последнем этапе его эволюции.

13.4 О «черных дырах»

Идея существования «черных дыр» представляется органически связанной с концепцией о неизбежном коллапсе больших космических тел на последнем этапе их эволюции. Основанием для такой концепции служит уравнение равновесия звездного вещества в форме (3.1). Считается, что после выгорания ядерного топлива внутри звезды в конце ее эволюции, температура, а вместе с ней и давление внутризвездного вещества, падают. Градиент давления в этом случае не может уравновесить силу тяготения, что должно вести к коллапсу звезды. Ошибочность этой концепции возникает в следствие того, что уравнение (3.1) неприменимо для описания внутризвездного вещества, являющегося плазмой, обладающей свойством электрической поляризации. Чтобы учесть эту ее характерную особенность, необходимо для описания ее равновесия использовать уравнение (3.2). Учет гравитационно-индуцированной электрической поляризации, уравновешивающей действие тяготения, приводит к заключению о невозможности коллапса звезд. После выгорания ядерного топлива теряющая равновесие остывающая звезда может перейти в другое устойчивое состояние - превратиться либо в карлик, либо в нейтронную звезду. При этом она может "сбросить" избыток массы, если это необходимо для

²Хотя при этом температура плазмы может быть реально весьма большой. Так, внутри карликов электронный газ будет уже вырожден, даже если его температура $T \approx 10^9 K$.

достижения равновесного состояния.³ Устойчивость этих космических тел при низкой температуре определяется тем, что они сформированы вырожденными веществами, состояния которых определяются их квантовыми свойствами и не зависят от температуры.

Принятие во внимание поляризационного механизма, исключающего возможность коллапса, заставляет пересмотреть проблему существования «черных дыр».

В соответствии с стандартным подходом шварцшильдовский радиус «черной дыры» с массой M

$$r_{bh} = \frac{2GM}{c^2} \quad (13.27)$$

и соответственно средняя плотность «черной дыры»

$$\gamma_{bh} = \frac{3c^6}{32\pi M^2 G^3}. \quad (13.28)$$

В соответствии с оценками, полученными выше, все крупные внутригалактические объекты всех классов - звёзды, карлики, пульсары, гиганты - обладают массами около M_{Ch} (или на 1-2 порядка большими). При этом плотности их малы по сравнению с пределом (13.28). Поэтому учитывая нереальность механизма коллапса, можно сделать вывод о бесперспективности поисков «черных дыр» среди обычных внутригалактических объектов. С другой стороны, звёздные объекты, состоящие из горячей релятивистской плазмы - квазары, в соответствии с их массами и плотностями, в принципе, могут сформировать «черные дыры». Для этого механизм коллапса им не нужен. Так как масса квазара $M_{qu} \gg M_{Ch}$, и остальные звёздные объекты должны организовывать свое движение вокруг него, то нельзя исключать возможность нахождения квазаров-«черных дыр» в центрах галактик.

³Возможен конечно также развал звёзд на тела малой массы, состоящие из вырожденной нерелятивистской плазмы или холодного атомного вещества, т.е. планеты и астероиды.

Глава 14

Заключение

Главный вывод, следующий из вышесказанного исследования, по-видимому, состоит в том, что в настоящее время существует вполне достаточно данных измерений, чтобы обеспечить надежную основу для физики звёзд. Все приведенные данные известны уже относительно давно. Традиционный подход, основанный на уравнении Эйлера в форме (3.1), не давал возможности их объяснить, и, видимо, потому этим надежно установленным данным не придавалось должного значения. При изменении исходного постулата и учете электрической поляризации плазмы в гравитационном поле появилась возможность получить количественные результаты, объясняющие природу всех измеренных (на сегодня) астрономами зависимостей звёздных параметров.

В основном эти результаты сводятся к следующему.

Использование стандартных приемов описания плазмы приводит к заключению, что в условиях, характерных для центральных областей звёзд, плазма обладает минимумом энергии при постоянной плотности n_* (4.18) и постоянной температуре T_* (7.21).

Плазма с такими параметрами формирует ядро звезды, где давление постоянно и действие силы тяготения уравновешено силой, возникающей из-за электрической поляризации плазмы, индуцированной тяготением. Теорема вириала позволяет рассчитать массу ядра звезды M_* (7.25) и его радиус R_* (7.27). Оказывается, что ядро занимает лишь примерно 1/1000 часть объема звезды.

Остальная масса звезды, располагающаяся над ядром, имеет в среднем в тысячу раз меньшую плотность и поэтому ее удобно называть атмосферой звезды. Использование термодинамических соображений дает возможность получить

радиальную зависимость плотности плазмы в атмосфере звезды $n_a \approx r^{-6}$ (6.17) и ее температуры $T_a \approx r^{-4}$ (6.18).

Это дает возможность найти массу атмосферы звезды M_a (6.19), которая оказывается почти точно равной массе ее ядра. Таким образом оказывается вычислена полная масса звезды. Она зависит только от отношения массы и заряда атомных ядер, образующих плазму звезды. Это утверждение хорошо согласуется с данными измерений масс двойных звезд и тесных пар (рис. (7.1)-(7.2))¹. При этом важно отметить, что сверху массы как двойных звезд, так и тесных пар ограничены пределом, который в соответствии с равенством (7.26) могут иметь водородные звезды. Полученная формула объясняет происхождение острых пиков в спектре масс относительно легких звезд - они говорят о том, что эти звезды состоят, в основном, из вещества единого химического состава с определенным отношением A/Z . В частности, плазма внутри Солнца в соответствии с (Eq.(7.26)) состоит из ядер с $A/Z = 5$.

При известных температуре и плотности вещества на поверхности ядра и известных радиальных зависимостях удается получить оценку температуры на наружной поверхности звезды T_0 (7.38) и радиус этой поверхности R_0 (7.37). Оказывается, что эти измеряемые параметры должны быть связаны с массой звезды соотношением $T_0 R_0 \sim M^{5/4}$ (7.46), что хорошо согласуется с данными измерений (рис.(7.3)).

Использование другого термодинамического соотношения - адиабаты Пуассона - дает возможность найти связь между радиусом звезды и ее массой $R_0^3 \sim M^2$ (8.16), а также поверхностной температурой звезды и ее массой $T_0 \sim M^{5/7}$ (8.19). Это дает количественное объяснение открытой еще в начале XX века зависимости светимости от массы (рис.(8.3)).

В соответствии с другой эмпирической зависимостью, открытой в середине XX века - зависимостью Блекетта, гироманнитные отношения космических тел примерно равны \sqrt{G}/c . Это также находит простое объяснение. Существование электрически поляризованного вещества внутри звезды ведет к индуцированию магнитного поля при ее вращении (рис.(9.1)). При этом важно, что этой зависимости подчинены все (состоящие из eN-плазмы) космические тела и планеты, и звезды, и пульсары, что подтверждает соображение о том, что тяготение должно индуцировать электрическую поляризацию не только в невырожденной нерелятивистской плазме, но и в других плазмах. Вычисление магнитных полей горячих звезд говорит о том, что эти поля должны быть пропорциональны только скорости вращения этих звезд (9.11). Данные измерений магнитных полей Ар-звезд можно сопоставить с периодом изменения

¹Выбор этих данных обусловлен тем, что только такие измерения позволяют определить звездные массы с достаточной точностью.

их яркости, считая, что изменение яркости происходит за счет вращения неоднородно излучающей звезды. Возможно, что этот механизм является характерным для быстро вращающихся звёзд (рис.(9.2)), но при этом, очевидно, имеются и другие неучтенные факторы.

При учете электрической поляризации, основываясь на теории А.Клеро, давшим еще в XVIII веке математическую формулировку вращению периастров тесных двойных звёзд, можно описать это явление с учетом несферической формы ядра звезды. Этот путь дает количественное описание явления, вполне удовлетворительно согласующееся с данными наблюдений (рис.(10.1)).

Рассмотрение осцилляций Солнца как упругих колебаний его ядра дает возможность определить две основные частоты этого спектра: основную частоту, связанную с радиальными колебаниями ядра, и частоту расщепления, связанную с колебаниями плотности вокруг ее равновесного значения(рис.(11.2)).

Возможность существования электрон-ядерной плазмы в четырех состояниях: вырожденном и невырожденном нерелятивистских состояниях, и в состояниях с релятивистским электронным газом с холодной и горячей ядерной подсистемой, подсказывает возможность классификации небесных объектов по их уравнениям состояния. Вместе с атомным веществом и нейтронным веществом таких состояний насчитывается семь. Достоинством такой классификации является то, что на ее базе для каждого из классов удастся вычислить параметры звёздных объектов, которые можно считать согласующимися с астрономическими наблюдениями. Гипотетически можно предположить, что космологические переходы между этими классами идут в сторону уменьшения их температуры, однако ни на какой формальной базе это предположение не основывается.

При обсуждении полученных формул, описывающих свойства звёзд, нужно отметить следующее: проведенные рассмотрения позволяют взглянуть на проблему с нескольких точек зрения. С одной стороны, целый ряд выводов следует из существования спектра масс звёзд и того, что формулы предписывают ядру звезды иметь массу, равную половине полной массы звезды, и определяют ее зависимость от химического состава. С другой стороны, вычисление собственных частот колебаний ядра дает еще один подход к проблеме определения химического состава.

Фактически только вычисленные значения магнитных полей горячих звёзд согласуются с существующими данным наблюдений лишь по порядку величины.

Но здесь лучшего согласия и не следует ожидать, так как вычисления проведены для сферически симметричной задачи, а изменение блеска звёзд при их вращении подразумевает существование явного нарушения сферической симметрии в распределении звёздных параметров. Однако все остальные

рассмотренные данные наблюдений количественно подтверждают правильность как постулата, учитывающего электрическую поляризацию, так и тех формул ("законов" по Галилею), которые из этого постулата следуют. Подчеркнем, что на этом пути удастся основные измеримые звёздные параметры - массы, радиусы, температуры - выразить соотношениями мировых констант, и получить при этом довольно точное совпадение с данными астрономических измерений.

Важно, что такого результата удастся добиться простыми и наглядными физическими методами без использования каких-либо подгоночных параметров.

Все это придает физике звёзд особенную красоту и привлекательность.

Литература

- [1] Vasiliev B.V.: The gravity-induced electric polarization of electron-nuclear plasma and related astrophysical effects *Nuovo Cimento B*, **116**, pp.617-634, (2001)
- [2] Vasiliev B.V.: Why spontaneous electric polarization can arise inside cosmic bodies? *Nuovo Cimento B*, **112**, pp.1361-1372, (1997)
- [3] Vasiliev B.V.: Can the existence of the magnetic moments of cosmic bodies be explained by internal spontaneous electric polarization? *Nuovo Cimento B*, **110**, pp.381–389, (1996)
- [4] Allen C.W. - Astrophysical quantities, 1955, University of London, The Athlone Press.
- [5] Beskin V.S., Gurevich A.V., Istomin Ya.N.: *Physics of the Pulsar Magnetosphere* (Cambridge University Press) (1993)
- [6] Blackett P.M.S.: *Nature*, **159**, 658, (1947)
- [7] Chandrasekhar S.: Monthly Notices of the RAS **93**, 449, (1933)
- [8] Christensen-Dalsgaard, J.: Stellar oscillation, Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, Denmark, (2003)
- [9] Elsworth, Y. et al. - In Proc. GONG'94 Helio- and Astero-seismology from Earth and Space, eds. Ulrich, R.K., Rhodes Jr, E.J. and Däppen, W., Astronomical Society of the Pacific Conference Series, vol.76, San Francisco, **76**, 51-54.
- [10] Heintz W.D.: *Double stars* In Geoph. and Astroph. monographs, **15**, D.Reidel Publ. Corp., (1978)
- [11] Khaliullin K.F.: *Dissertation*, Sternberg Astronomical Institute, Moscow, (Russian)(2004) (see Table in Appendix)
- [12] Landau L.D. and Lifshits E.M.: Statistical Physics, **1**, 3rd edition, Oxford:Pergamon, (1980)
- [13] Landau L.D. and Lifshits E.M.: Electrodynamics of condensed matter, **1**, 3rd edition, Oxford:Pergamon, (1980)
- [14] Landau L.D. and Lifshits E.M.: The Classical Theory of Fields. **1**, Pergamon Press, N.Y. (1971)

- [15] Leung Y.C.: *Physics of Dense Matter* In Science Press/World Scientific, Beijing and Singapore, (1984)
- [16] I.I.Romanyuk et al. Magnetic Fields of Chemically Peculiar and Related Stars, Proceedings of the International Conference (Nizhnij Arkhyz, Special Astrophysical Observatory of Russian Academy of Sciences, September 24-27, 1999), eds: Yu. V. Glagolevskij and I.I. Romanyuk, Moscow,2000, pp. 18-50.
- [17] Russel H.N.: Monthly Notices of the RAS **88**, 642, (1928)
- [18] Sirag S.-P.: *Nature*, **275**, 535, (1979)
- [19] Solar Physics, **175/2**,
(<http://sohowww.nascom.nasa.gov/gallery/Helioseismology>)
- [20] Thorsett S.E. and Chakrabarty D.:
E-preprint: astro-ph/9803260, (1998)
- [21] Vasiliev B.V. and Luboshits V.L.: *Physics-Uspexhi*, **37**, 345, (1994)

Appendix

Сводная таблица главных параметров тесных двойных звёзд
(цитируется по диссертации Х.Ф.Халиуллшта,
Астрономический институт им. Штернберга.)

N	Name of star	U period of apsidal rotation, years	P period of ellipsoidal rotation, days	M_1/M_{\odot} mass of component 1, the Sun mass	M_2/M_{\odot} mass of component 2, the Sun mass	R_1/R_{\odot} radius of 1 component the Sun radius	R_2/R_{\odot} radius of 2 component the Sun radius	T_1 temperature of 1 component, K	T_2 temperature of 2 component, K	References
1	BW Aqr	5140	6,720	1.48	1.38	1.803	2.075	6100	6000	1,2
2	V 889 Aql	23200	11,121	2.40	2.20	2.028	1.826	9900	9400	3,4
3	V 539 Ara	150	3,169	6.24	5.31	4.512	3.425	17800	17000	5,12,24,67
4	AS Cam	2250	3,431	3.31	2.51	4.512	1.912	11500	10000	7,13
5	EM Car	42	22.80	22.80	21.40	9.350	8.348	33100	32400	8
6	GL Car	25	13.50	13.50	13.00	4.998	4.726	28800	28800	9
7	QX Car	361	4.478	9.27	8.48	4.292	4.054	23400	22400	10,11,12
8	AR Cas	922	6.066	6.70	1.90	4.591	1.808	18200	8700	14,15
9	IT Cas	404	3.897	1.40	1.40	1.616	1.644	6450	6400	84,85
10	OX Cas	40	2.489	7.20	6.30	4.690	4.543	23800	23000	16,17
11	PV Cas	91	1.750	2.79	2.79	2.264	2.264	11200	11200	18,19
12	KT Cen	260	4.130	5.30	5.00	4.028	3.745	16200	15800	20,21
13	V 346 Cen	221	6.322	11.80	8.40	8.263	4.190	23700	22400	20,22
14	CW Cep	45	2.729	11.60	11.10	5.392	4.954	26300	25700	23,24
15	EK Cep	4300	4.428	2.02	1.12	1.574	1.808	10000	6400	25,26,27,6
16	α Cr B	46000	17.360	2.98	0.92	3.314	0.955	9100	5400	28,29
17	γ Cyg	48	2.997	17.90	17.30	6.022	5.680	33100	32400	30
18	γ 380 Cyg	1550	12.426	14.30	8.00	17.080	4.300	20700	21600	31
19	V 453 Cyg	71	3.890	14.90	11.30	8.607	5.410	26600	26000	17,32,33
20	V 477 Cyg	351	2.347	1.79	1.35	1.567	1.269	8350	6800	34,35
21	V 478 Cyg	26	16.30	16.60	16.60	7.422	7.422	29800	29800	36,37
22	V 541 Cyg	40000	15.338	2.69	2.60	2.013	1.900	10900	10800	38,39
23	V 1143 Cyg	10300	7.641	1.39	1.35	1.440	1.440	6500	6400	40,41,42
24	V 1765 Cyg	1932	18.374	23.90	11.70	19.960	6.522	25700	25100	28
25	DI Her	29000	10.550	5.15	4.52	2.478	2.689	17000	15100	44,45,46,47
26	HS Her	92	1.637	4.25	1.49	2.709	1.485	15300	7700	48,49
27	CO Lac	44	1.642	3.13	2.75	2.533	2.128	11400	10900	50,51,52
28	GG Lup	101	1.850	4.12	2.51	2.644	1.917	14400	10500	17
29	RU Mon	948	3.985	3.60	3.33	2.564	2.291	12900	12600	54,55
30	GN Nor	500	5.703	2.90	2.90	4.591	4.591	7800	7800	56,57
31	U Oph	21	4.677	5.02	4.52	3.311	3.110	16400	15200	58,59
32	δ 451 Oph	170	5.197	2.77	2.35	2.538	2.802	10900	9800	59,60
33	β Oph	228	3.732	19.80	7.30	14.160	6.772	26600	17800	61,62,63
34	FO Phi	481	3.150	2.90	2.30	1.890	2.799	10600	9500	64
35	AG Per	176	1.029	3.36	1.90	2.995	2.706	17000	17000	65,66
36	Q Per	119	1.744	3.51	2.73	2.445	1.503	13300	8100	67,68
37	Ch Pic	14	1.670	3.95	1.55	2.851	1.832	14100	10500	1,67
38	KX Pup	170	2.90	2.90	1.50	2.553	1.595	8100	8100	69
39	NO Pup	37	1.217	2.88	1.50	2.025	1.419	10200	9000	70,71
40	VY Pyc	3200	4.596	2.10	2.10	2.167	2.167	8700	8700	72
41	V Sgr	297	2.528	2.36	2.29	2.196	1.892	8300	9500	73
42	V 525 Sgr	203	2.324	2.10	1.90	2.062	1.839	8300	8500	74
43	V 526 Sgr	156	1.919	2.11	1.60	1.900	1.397	7600	7000	75
44	V 1647 Sgr	592	2.19	1.832	1.669	1.832	1.669	8900	8900	76,77
45	V 2283 Sgr	570	3.471	3.00	2.22	3.051	2.642	15800	15800	78
46	V 700 Sco	40	4.98	4.62	4.62	3.013	2.642	10700	10700	79
47	AO Vel	50	1.731	3.20	2.90	2.623	2.384	10100	10100	80,81
48	EO Vel	1600	4.330	3.21	3.20	3.149	3.284	10000	10000	82,83
49	VO Vel	160	1.650	1.50	1.50	1.691	1.691	10000	10000	84
50	DR Vul	36	2.251	13.20	12.10	4.814	4.369	28000	28000	85,86

Литература

- [1] Khaliulilin Kh.F. and Kozyreva V.S.
Apsidal motion in the eclipsing binary system of BW Aqr
Astrophys. and Space Sci., **120** (1986) 9-16.
- [2] Imbert M.
Photoelectric radial velocities of eclipsing binaries. IV. Orbital elements of BW Aqr,
Astron.Astrophys.Suppl., **69** (1987) 397-401.
- [3] Khaliulilin Kh.F. and Khaliulilina A.I.
Fotometrisheskoe issledovanie zatmenno-duoinoi sistemy s relativistskim vrasheniem orbity V889 Aql,
Astronom.zh.,**66**(1989)76-83 (in Russian).
- [4] Khaliulilin Kh.F. and Khaliulilina A.I.
K probleme vrashenia linii apsid v zatmennoi sisteme V889 Aql,
Astron.cirk., **N1486** (1987) 5-7 (in Russian).
- [5] Clausen J.V.
V 539 Arae: first accurate dimensions of eclipsing binaries,
Astron.Astrophys., **308** (1996) 151-169.
- [6] Lavrov M.I. and Lavrova N.V.
Revisia elementov fotometrisheskoi orbity EK Cep,
Astron.cirk. **971** (1977) 3-4 (in Russian).
- [7] Khaliulilin Kh.F. and Kozyreva V.S. *Apsidal motion in the eclipsing binary AS Cam,*
Astrophys. and Space Sci., **120** (1994) 115-122.
- [8] Andersen J. and Clausen J.V., *Absolute dimensions of eclipsing binaries.XV. EM Cainae,*
Astron.Astrophys. **213** (1989) 183-194.

- [9] Gemenez A. and Clausen J.V.,
Four-color photometry of eclipsing binaries. XXIIA. Photometric elements and apsidal motion of GL Cainae,
 Astron.Astrophys. **161** (1986) 275-286.
- [10] Andersen J., Clausen J.V., Nordstrom B. and Reipurth B.,
Absolute dimensions of eclipsing binaries.I. The early-type detached system QX Cainae,
 Astron.Astrophys. **121** (1983) 271-280.
- [11] Gemenez A., Clausen J.V. and Jensen K.S.
Four-color photometry of eclipsing binaries. XXIV. Apidal motion of QX Cainae, ξ Phoenicis and NO Puppis,
 Astron.Astrophys. **159** (1986) 157-165.
- [12] De Greve J.P.
Evolutionary models for detached close binaries: the system Arae and QX Cainae,
 Astron.Astrophys. **213** (1989) 195-203.
- [13] Malony F.P., Guinan E.F. and Mukherjee J.
Eclipsing binary star as test of gravity theories
 Astron.J. **102** (1991) 256-261.
- [14] Mossakovskaya L.V.
New photometric elements of AR Cas, an eclipsing binary system with apsidal motion
 Astron. and Astroph. Trans. **2** (1992) 163-167.
- [15] Haffer C.M. and Collins G.M.
Computation of elements of eclipsing binary stars by high-speed computing machines
 Astroph.J.Suppl., **7** (1962) 351-410.
- [16] Crinklaw G. and Etzel P.
A photometric analysis of the eclipsing binary OX Cassiopeiae
 Astron.J. **98** (1989) 1418-1426.
- [17] Claret A. and Gimenez A.
The apidal motion test of the internal stellar structure: comparison between theory and observations
 Astron.Astroph. **277** (1993) 487-502.
- [18] Wolf M.
Apsidal motion in the eclipsing binary PV Cassiopeiae
 Monthly Not.Roy.Soc. **286** (1995) 875-878.

- [19] Popper D.M.
Rediscussion of eclipsing binaries.XVII.The detached early A type binaries PV Cassiopeae and WX Cephei
Astron.J. **93** (1987) 672-677.
- [20] Lavrov M.I. and Lavrova N.V.
Revisia fotometričestih elementov u zatmennyh dvoinyh sistem s ekscentričeskimi orbitami.2.KT Cen
Trudy Kaz.Gor.AO **49** (1985) 18-24 (in Russian).
- [21] Soderhjelm S.
Observations of six southern eclipsing binaries for apsidal motion
Astron.Astroph.Suppl.Ser **22** (1975) 263-283.
- [22] Gemenez A., Clausen J.V. and Anderson J.
Four-color photometry of eclipsing binaries. XXIA. Photometric analysis and apsidal motion study of V346 Centauri,
Astron.Astrophys. **160** (1986) 310-320.
- [23] Gemenez A., Chun-Hwey Kim and Il-Seong Nha
Apsidal motion in the early-type eclipsing binaries CW Cephei, Y Cyg and AG Per
Montly .Not.Roy.Astron.Soc. **224** (1987) 543-555.
- [24] Bocula R.A.
Peresmotr elementov fotometričeskoj orbity zatmennyh sistem CW Cep, V 539 Ara, AG Per, AR Aur, RS Cha, ZZ Boo.
Peremennye zvezdy**21** (1983) 851-859 (in Russian).
- [25] Khaliulilin Kh.F.
Relativistskoe vrashenie orbity zatmennoi dvoinoj sistemy EK Cep
Astron.zh.**60** (1983) 72-82 (in Russian).
- [26] Tomkin J.
Secondaries of eclipsing binary. V. EK Cephei
Astroph.J. **271** (1983) 717-724.
- [27] Claret A., Gemenez A. and Martin E.L.
A test case of stellar evolution the eclipsing binary EK Cephei
Astron.Astroph. **302** (1995) 741-744.
- [28] Volkov I.M.
The discovery of apsidal motion in the eclipsing binary system α Cr B
Inf.Bull.Var.Stars N3876,(1993) 1-2.
- [29] Quiroga R.J., van L.P.R.
Angular momenta in binary systems
Astroph.Space Sci. **146** (1988) 99-137.

- [30] Hill G. and Holmgren D.E.
Studies of early-type variable stars
Asrton.Astroph.**297** (1995) 127-134.
- [31] Hill G. and Batten A.H.
Studies of early-type variable stars.III. The orbit and physical dimensions for V 380 Cygni
Asrton.Astroph.**141** (1984) 39-48.
- [32] Zakirov M.M.
Ob apsidalnom dvizhenii v dvoinoi sisteme V 453 Cyg
Astron.cirk.N1537,21 (in Russian).
- [33] Karetnikov V.G.
Spectral investigation of eclipsing binary stars at the stage of mass exchange
Publ.Astron.Inst.Czech.**70** (1987) 273-276.
- [34] Mossakovskaya L.V. and Khaliulilin Kh.F.
Prichina anomal'nogo apsidalnogo dvizhenia v sisteme V 477 Cyg
Astron.cirk.N1536, 23-24 (in Russian).
- [35] Gemenez A. and Quintana J.M.
Apsidal motion and revised photometry elements of the eccentric eclipsing binary V 477 Cyg
Astron.Astrophys. **260** (1992) 227-236.
- [36] Mossakovskaya L.V. and Khaliulilin Kh.F.
Vrashenie linii apsid v sisteme V 478 Cyg
Pisma v Astron.zh.**22** (1996) 149-152.
- [37] Popper D.M. and Hill G.
Rediscussion of eclipsing binaries.XVII.Spectroscopic orbit of OB system with a cross-correlation procedure
Astron.J. **101** (1991) 600-615.
- [38] Khaliulilin Kh.F.
The unique eclipsing binary system V 541 Cygni with relativistic apsidal motion
Astrophys.J. **229** (1985) 668-673.
- [39] Lines R.D., Lines H., Guinan E.F. and Carroll
Time of minimum determination of eclipsing binary V 541 Cygni
Inf.Bull.Var.Stars N3286,1-3.
- [40] Khaliulilin Kh.F.
Vrashenie linii apsid v zatmennoi sisteme V 1143 Cyg
Asrton. cirk.N1262,1-3 (in Russian).

- [41] Andersen J., Garcia J.M., Gimenes A. and Nordstom B.
Absolute dimension of eclipsing binaries.X. V1143 Cyg
Astron.Astrophys. **174** (1987) 107-115.
- [42] Burns J.F., Guinan E.F. and Marshall J.J.
New apsidal motion determination of eccentric eclipsing binary V 1143 Cyg
Inf.Bull.Var.Stars N4363,1-4.
- [43] Hill G. and Fisher W.A.
Studies of early-type variable stars.II. The orbit and masses ofHR 7551
Astron.Astrophys. **139** (1985) 123-131.
- [44] Martynov D.Ya. and Khaliulilin Kh.F.
On the relativistic motion of periastron in the eclipsing binary system DI Her
Astrophys.and Space Sci. **71** (1980) 147-170.
- [45] Popper D.M.
Redisussion of eclipsing binaries.XVII. DI Herculis, a B-tipe system with an accentric orbit
Astron.J. **254** (1982) 203-213.
- [46] Martynov D.Ia. и Lavrov M.I.
Revizia elementov fotometricheskoi orbity i skorosti vrashenia linii apsid u zatmennoi dvoinoi sistemy DI Her
Pisma v Astron.Zh. **13** (1987) 218-222 (in Russian).
- [47] Khaliulilin Kh.F., Khodykin S.A. and Zakharov A.I.
On the nature of the anomalously slow apsidal motion of DI Herculis
Astrophys.J. **375** (1991) 314-320.
- [48] Khaliulilina A.I. and Khaliulilin Kh.F.
Vrashenie linii apsid v zatmennoi dvoinoi sisteme HS Her
Astron.cirk.N 1552 (1992) 15-16(in Russian).
- [49] Martynov D.Ia., Voloshina I.E. and Khaliulilina A.I.
Fotometricheskie elementy zatmennoi sistemy HS Her
Asrton. zh. **65** (1988) 1225-1229 (in Russian).
- [50] Mezzetti M., Predolin F., Giuricin G. and Mardirossian F.
Revised photometric elements of eight eclipsing binaries
Astron.Astroph.Suppl. **42** (1980) 15-22.
- [51] Mossakovskaya L.V. and Khaliulilin Kh.F.
Tret'e telo v zatmennoi sisteme s apsidalnym dvizheniem CO Lac?
Astron. cirk.N1495, 5-6 (in Russian).

- [52] Semeniuk I.
Apsidal motion in binary systems. I. CO Lacertae, an eclipsing variable with apsidal motion
Acta Astron. **17** (1967) 223-224.
- [53] Andersen J.
Accurate masses and radii of normal stars
Astron.Astroph.Rev. **3** (1991) 91-126.
- [54] Khaliulilina A.I., Khaliulilin Kh.F. and Martynov D.Ya.
Apsidal motion and the third body in the system RU Monocerotis
Montly .Not.Roy.Astron.Soc. **216** (1985) 909-922.
- [55] Martynov D.Ya. and Khaliulilina A.I.
RU Monocerotis: poslednie resultaty
Astron.zh.**63** (1986) 288-297 (in Russian).
- [56] Shneller H.
Uber die periodenanderrungen bei bedeckungsveranderlichen
Budd.Mitt. N53 (1962) 3-41.
- [57] Kort S.J., J. de, *The orbit and motion of priastron of GN Normae*
Ricerche Astron. **3** (1954) 119-128.
- [58] Kamper B.C.
Light-time orbit and apsidal motion of eclipsing binary U Ophiuchi
Astrophys. Space Sci. **120** (1986) 167-189.
- [59] Clausen J.V., Gemenez A. and Scarfe C.
Absolute dimentions of eclipsing binaries.XI. V 451 Ophiuchi
Astron.Astroph. **167** (1986) 287-296.
- [60] Khaliulilin Kh.F. and Kozyreva V.S.
Photometric light curves and physical parameters of eclipsing binary systems IT Cas, CO Cep, AI Hya with possible apsidal motions
Astrophys. and Space Sci., **155** (1989) 53-69.
- [61] Monet D.G.
A discussion of apsidal motion detected in selected spectroscopic binary systems
Astrophys. J., **237** (1980) 513-528.
- [62] Svechnicov M.A.
Katalog orbitalnyh elementov, mass i svetimostei tesnyh dvoinyh zvezd
Irkutsk, Izd-vo Irkutsk. Univer.(In Russian).
- [63] Brancewicz H.K. and Dworak T.Z.
A Catalogue of parameters for eclipsing binaries
Acta Astron., **30** (1980) 501-524.

- [64] Wolf M. and Saronova L.,
Apsidal motion in the eclipsing binary FT Ori
Astron.Astroph. Suppl.**114** (1995) 143-146.
- [65] Drozd M., Krzesinski J. and Paydosz G.,
Apsidal motion of IQ Persei
Inf. Bull.Var.Stars, N3494, 1-4.
- [66] Lacy C.H.S. and Fruch M.L.
Absolute dimensions and masses of eclipsing binaries. V. IQ Persei
Astroph.J.**295** (1985) 569-579.
- [67] Andersen J.
Spectroscopic observations of eclipsing binaries.V. Accurate mass determination for the B-type systems V 539 Arae and ξ Phaenicis
Astron.Astroph.**118** (1983) 255-261.
- [68] Odell A.P.
The structure of Alpha Virginis.II. The apsidal constant
Astroph.J.**192** (1974) 417-424.
- [69] Gronbech B.
Four-color photometry of eclipsing binaries.V. photometric elements of NO Puppis
Astron.Astroph.**50** (1980) 79-84.
- [70] Harmanec P.
Stellar masses and radii based on motion binary data
Bull.Astron.Inst.Czech.**39** (1988) 329-345.
- [71] Andersen J., Clausen L.V. and Nordstrom B.
Absolute dimensions of eclipsing binaries.V. VV Pyridis a detached early A-type system with equal components
Astron.Astroph.**134** (1984) 147-157.
- [72] Lacy C.H.S.
The photometric orbit and apsidal motion of YY Sagittarii
Astroph.J.**105** (1993) 637-645.
- [73] Lacy C.H.S.
The photometric orbit and apsidal motion of V 523 Sagittarii
Astroph.J.**105** (1993) 630-636.
- [74] Lacy C.H.S.
The photometric orbit and apsidal motion of V 526 Sagittarii
Astroph.J.**105** (1993) 1096-1102.

- [75] Andersen J. and Gimenes A.
Absolute dimensions of eclipsing binaries. VII. V 1647 Sagittarii
Astron.Astroph.**145** (1985) 206-214.
- [76] Swope H.H.
V 2283 Sgr, an eclipsing star with rotating apse
Ric.Astron.**8** (1974) 481-490.
- [77] O'Connell D.J.K.
The photometric orbit and apsidal motion of V2283 Sagittarii
Ric.Astron.**8** (1974) 491-497.
- [78] Andersen J., Clausen L.V., Nordstrom B. and Popper D.M.
Absolute dimensions of eclipsing binaries. VIII. V 760 Scorpii
Astron.Astroph.**151** (1985) 329-339.
- [79] Clausen L.V., Gimenez A. and Houten C.J.
Four-color photometry of eclipsing binaries. XXVII. A photometric analysis of the (possible) Ap system AO Velorum
Astron.Astroph.**302** (1995) 79-84.
- [80] Popper D.M.
Stellar masses
Ann. Rev. Astron. and Astroph.**18** (1980) 115-164.
- [81] Duker R.J.
The beta Cephei nature of Spica
Astroph.J.**192** (1974) 81-91.
- [82] Khaliulilina A.I.
DR Vulpeculae: the quadruple system
Monthly .Not.Roy.Astron.Soc. **225** (1987) 425-436.
- [83] Khaliulilin Kh.F. and Khaliulilina A.I.
Fotometricheskoe issledovanie zatmennoi zvezdy DR Vul. Parametry sistemy i vrashenie linii apsid,
Astron.zh., **N65** (1988) 108-116 (in Russian).
- [84] Khaliulilin Kh.F. and Kozyreva V.S.
Photometric light curves and physical parameters of eclipsing binary systems IT Cas, CO Cep, AI Hya with possible apsidal motions
Astrophys. and Space Sci., **155** (1989) 53-69.
- [85] Holmgren D. and Wolf M. *Apsidal motion of the eclipsing binary IT Cassiopeiae*
Observatory **116** (1996) 307-312.

